Encyclopédie sur le développement des jeunes enfants

Numératie

Mise à jour : Juin 2011

Éditeur au développement du thème :
Jeff Bisanz, Ph.D., University of Alberta, Canada

Table des matières

Synthèse

Est-ce important?

La numératie est parfois définie comme la compréhension des nombres en tant que représentation d'un type particulier de grandeur. Cette compréhension se reflète dans une variété d'habiletés et de connaissances (p. ex., savoir compter, faire la distinction entre des ensembles de quantités différentes, pouvoir effectuer des opérations comme les additions et les soustractions), ce qui fait que le terme « numératie » est souvent utilisé pour désigner une vaste gamme de concepts et d'habiletés liés aux nombres. En général, ces habiletés se développent sous une forme quelconque bien avant l'entrée à l'école. On pense à assurer l'enseignement des mathématiques à de jeunes enfants (EMJE) depuis plus d'un siècle, mais les discussions actuelles tournent autour des objectifs liés à l'enseignement de la numératie auprès des jeunes enfants et des méthodes qui devraient être utilisées pour atteindre ces objectifs. L'apprentissage des mathématiques peut et devrait être intégré aux activités quotidiennes des jeunes enfants à l'aide de motifs géométriques, de quantités et d'espaces. Offrir aux enfants amples occasions adaptées à leur développement pour leur permettre d'exercer leurs compétences en mathématiques peut renforcer le lien entre les habiletés précoces des enfants en mathématiques et l'acquisition de connaissances mathématiques à l'école. Malheureusement, tous les enfants n'ont pas les mêmes occasions quant à l'exercice de ces compétences, d'où l'importance de l'EMJE. La recherche sur la numératie et les habiletés précoces en mathématiques joue un rôle important dans l'élaboration du programme d'EMJE et la formulation de ses objectifs.

Les difficultés en mathématiques sont relativement courantes chez les enfants d'âge scolaire. Environ un enfant sur dix recevra un diagnostic de trouble d'apprentissage lié aux mathématiques au cours de sa scolarité. La dyscalculie développementale constitue l'une des formes les plus graves et les enfants qui présentent ce trouble sont incapables de compter ou de dénombrer les éléments d'un ensemble et de distinguer les nombres les uns des autres.

Que savons-nous?

Les connaissances de base en mathématiques s'acquièrent alors que l'enfant est au stade de nourrisson. À six mois, les nourrissons sont capables de comprendre la différence entre de petits ensembles d'éléments de quantités différentes (entre les ensembles de deux et ceux de trois éléments) et peuvent même faire la distinction entre de plus grands nombres, à condition que le ratio entre les deux ensembles soit assez grand (p. ex., entre 16 et 32, mais pas entre 8 et 12). Ces représentations préverbales s'améliorent avec le temps et, quoiqu'insuffisantes, elles constituent le fondement de leur futur apprentissage des mathématiques.

L'acquisition de la maîtrise des procédés constitue l'une des réalisations en numératie. La maîtrise des procédés fait référence à la connaissance nécessaire pour générer des sommes et des différences au moment opportun en faisant preuve de polyvalence et de précision. Les très jeunes enfants acquièrent progressivement les compétences nécessaires pour maîtriser les procédés et commencent souvent par les nombres intuitifs (p.

ex., savoir ce que représentent les chiffres un, deux et trois), puis sont ensuite capables de se rendre compte par exemple que tous les ensembles de trois éléments ont plus de constituants que les ensembles de deux éléments.

À mesure qu'ils grandissent, les enfants acquièrent une meilleure connaissance des nombres. À trois ans, ils commencent à être capables d'accomplir des tâches non verbales axées sur des objets, comme comprendre le processus d'addition et de soustraction et considérer un ensemble comme ayant un plus grand nombre d'éléments qu'un autre. Bien que les enfants d'âge préscolaire puissent associer des ensembles de deux, de trois et de quatre éléments si les objets sont de taille ou de forme semblables, ils ont encore de la difficulté lorsque les objets sont très différents (p. ex., apparier deux figurines d'animaux et deux points noirs). Les enfants d'âge préscolaire risquent aussi de facilement se laisser distraire par les caractéristiques superficielles d'un ensemble (p. ex., considérer qu'un ensemble contient plus d'éléments qu'un autre de même nombre, car ils sont disposés de façon à former une ligne plus longue). Des recherches sont actuellement en cours pour déterminer comment les connaissances des quantités chez les nourrissons sont liées à la numératie chez l'enfant d'âge préscolaire et à la réussite scolaire subséquente.

Bien que la plupart des enfants soient naturellement capables de découvrir des concepts mathématiques, les expériences culturelles et l'environnement jouent un rôle dans le développement de leurs connaissances des nombres. Par exemple, l'acquisition du langage permet à l'enfant de résoudre des problèmes exprimés verbalement et de développer sa perception des nombres (p. ex., compréhension des nombres cardinaux, le nombre total d'éléments dans un ensemble). Les enfants qui n'ont pas eu assez d'expériences précoces liées aux nombres ont tendance à être en retard sur leurs pairs. Par exemple, les enfants venant de familles à faible revenu tendent à avoir peu de compétences en numératie à un jeune âge et ces faiblesses se traduisent ensuite par des difficultés en mathématiques à l'école. La performance en matière de problèmes numériques et les types de stratégies cognitives utilisées par les enfants sont susceptibles de changer considérablement d'un enfant à l'autre. Même la gamme de réponses d'un enfant peut varier de façon importante d'un essai à l'autre.

Il est important de promouvoir le développement des compétences en numératie chez les jeunes enfants, car elles sont liées à la préparation des enfants à l'égard des mathématiques au moment de leur entrée à l'école et plus tard. Les enfants d'âge préscolaire qui savent compter, qui sont capables de nommer des nombres et de faire la distinction entre différentes quantités ont tendance à avoir de la facilité à effectuer des tâches numériques à la maternelle. En outre, les bonnes habiletés numériques des enfants constituent des prédicteurs de la future réussite scolaire, encore plus que les compétences en lecture, les capacités d'attention et les habiletés socio-affectives.

Que peut-on faire?

Étant donné les aptitudes des enfants à l’égard de l’apprentissage des nombres, on devrait les encourager à découvrir et à exercer leurs habiletés librement par la pratique d’une gamme d’activités non structurées. Ces expériences d’apprentissage devraient être agréables et appropriées sur le plan du développement, de façon à ce que les enfants continuent de pratiquer ces activités et ne se découragent pas. Les jeux de société et les autres activités par lesquelles les enfants se familiarisent avec les nombres peuvent les aider à développer leurs compétences en numératie. Les matériaux comme les cubes, les casse-têtes et les formes peuvent aussi favoriser la numératie.

Les parents peuvent encourager le développement des connaissances numériques de leurs enfants en leur permettant d’apprivoiser les nombres grâce à des expériences enrichissantes et en leur fournissant une rétroaction appropriée (p. ex., demander à l’enfant combien de pieds elle a et se servir de sa réponse pour lui expliquer pourquoi elle a besoin de deux souliers et non pas d’un seul). Les parents et les enseignants devraient aussi leur offrir des moments d’enseignement spontané qui encouragent les enfants à penser aux nombres et à en parler. Les nombres peuvent être intégrés à plusieurs domaines, dont le jeu (jeux de dés), l’art (dessiner un certain nombre d’étoiles) et la musique (battre un rythme de deux ou trois).

Comprendre que les problèmes mathématiques ainsi que la façon de les concevoir et de les interpréter sont différents chez les enfants et chez les adultes constitue ainsi des aspects importants de l’enseignement efficace. Les enseignants doivent comprendre que l’acquisition de compétences en numératie se fait selon un processus développemental et que les activités qui intègrent les nombres doivent donc être conçues en conséquence. Pour faire en sorte que les interventions axées sur la numératie soient les plus efficaces possible, on devrait effectuer un dépistage à la maternelle pour s’assurer que les enfants sont capables de compter le nombre d’objets contenus dans un petit ensemble (deux ou trois objets) et de faire la distinction entre ces ensembles et les ensembles plus grands (quatre ou cinq objets).

Les interventions précoces en mathématiques ont d’importantes répercussions sur le plan de préparation à l’école. Un programme d’EMJE réussi inclut un environnement stimulant qui comprend des objets et des jouets qui encouragent le raisonnement mathématique (p. ex., des cubes et des casse-têtes), des occasions de jeu dans lesquelles les enfants peuvent eux-mêmes développer leurs habiletés mathématiques naturelles et en acquérir de nouvelles, et des moments d’enseignement où les éducateurs des enfants d’âge préscolaire leur posent des questions sur leurs découvertes mathématiques.

Les connaissances numériques des jeunes enfants

Catherine Sophian, Ph.D.

University of Hawaii, États-Unis

Juin 2009

Introduction

Au cours des dernières années, le nombre de recherches sur les connaissances numériques des jeunes enfants a rapidement augmenté. Ces recherches englobent une vaste gamme de compétences et de concepts : la capacité des nourrissons à différencier des ensembles contenant différents nombres d'éléments;[1,2] celle des enfants d'âge préscolaire à comprendre les mots représentant des chiffres,[3,4] à compter[5,6,7] ainsi que leur compréhension de la relation inverse entre l'addition et la soustraction.[8,9]

Sujet

La recherche sur les connaissances numériques des jeunes enfants constitue une base importante permettant de formuler des normes qui s'appliquent à l'éducation des jeunes enfants[10] et de concevoir des programmes d'enseignement des mathématiques destinés à la petite enfance.[11,12,13] De plus, les connaissances mathématiques que les enfants acquièrent avant de commencer leur scolarité officielle ont des répercussions importantes sur leur performance scolaire et sur leurs futurs choix de carrière.[14] Une analyse des variables prédictives de la performance scolaire basée sur six séries de données provenant d'études longitudinales révèle que les habiletés mathématiques des enfants à l'entrée à l'école prédisent plus efficacement la performance scolaire ultérieure que les habiletés précoces en lecture, les capacités d'attention ou les habiletés socioaffectives.[15]

Problèmes

Fondamentalement, la numératie suppose de comprendre les nombres en tant que représentation d'un type particulier de grandeur. En conséquence, pour comprendre comment la numératie se développe chez les jeunes enfants, il faut comprendre comment ils en viennent à saisir les relations quantitatives de base qui sont communes aux nombres et aux autres quantités ainsi que les aspects du nombre qui les distinguent des autres types de quantités.

Contexte de la recherche

La recherche classique de Piaget sur le développement logicomathématique a porté sur la compréhension que les enfants ont des propriétés générales des quantités comme la sériation et la conservation des relations d'équivalence dans le cas de certaines formes de transformations.[16] Cependant, Piaget pensait que ce type de connaissances n'émergeait qu'avec l'acquisition de la pensée opérationnelle concrète vers l'âge de 5 à 7 ans. Plus tard, d'autres chercheurs[17] ont entrepris de démontrer que les enfants plus jeunes possèdent des connaissances numériques considérablement plus importantes que ce que Piaget pensait. De plus, la recherche contemporaine fournit des preuves de l'existence d'une large gamme d'habiletés numériques précoces.[18]

Questions clés pour la recherche

Selon une allégation influente mais controversée que l'on retrouve dans la littérature actuelle sur les habiletés numériques précoces, le cerveau est « câblé » pour les nombres.[19,20] Les données sur la discrimination numérique effectuée par les nourrissons humains et par les animaux corroborent souvent cette idée.[21] Les critiques des explications innéistes de la connaissance numérique (innéisme : doctrine philosophique selon laquelle le cerveau contient des idées et des connaissances dès la naissance) notent cependant l'omniprésence du changement développemental dans le raisonnement numérique,[22] la lenteur de la différenciation des nombres par rapport aux autres dimensions quantitatives[23] et la nature contextualisée des connaissances numériques précoces.[24] De plus, les données accumulées indiquent que la langue[24] et les autres pratiques et produits culturels[25,26] contribuent énormément à l'acquisition des connaissances numériques chez les jeunes enfants.

Récents résultats de recherche

La connaissance numérique pendant la prime enfance

Un des domaines les plus actifs de la recherche actuelle est celui des habiletés numériques des nourrissons. Kobayashi, Hiraki et Hasegawa[1] ont utilisé les écarts entre l'information visuelle et auditive concernant le nombre d'éléments dans un ensemble pour vérifier la discrimination numérique chez les enfants de six mois. Ils leur ont montré des objets qui faisaient un son lorsqu'on les laissait tomber sur une surface, puis en ont laissé tomber deux ou trois derrière un écran de façon à ce que les nourrissons entendent le son de chaque objet sans toutefois les voir. Ensuite, ils ont enlevé l'écran pour révéler soit le nombre exact d'objets, soit le nombre différent (trois s'il y avait eu deux sons et vice versa). Les nourrissons regardaient les éléments plus longuement quand le nombre d'éléments révélés ne correspondait pas au nombre de sons que lorsque les deux correspondaient, ce qui indique qu'ils étaient capables de faire la différence entre deux et trois objets. D'autres recherches indiquent que les nourrissons de six mois peuvent aussi différencier des quantités numériques plus importantes pourvu que le ratio qui les sépare soit large. Les nourrissons de six mois font la différence entre 4 et 8,[27] et même entre 16 et 32.[28] Lorsque l'écart est moins grand (par exemple, 8 par rapport à 12), ils ne réussissent pas à le percevoir,[29] mais les enfants plus âgés y parviennent.[2] Ainsi, les nourrissons deviennent capables de faire des discriminations numériques plus précises au fur et à mesure qu'ils vieillissent.

La connaissance des relations numériques chez les jeunes enfants

Parce que les nombres représentent un type de grandeur, l'aspect fondamental des connaissances numériques se rapporte aux relations d'égalité, d'infériorité et de supériorité entre les quantités numériques.[30] Il est quelque peu surprenant qu'à la lumière des résultats concernant la prime enfance, la comparaison numérique des séries soit une performance développementale significative pour les enfants d'âge préscolaire, surtout lorsque cela suppose d'ignorer les autres différences entre les séries.

Par exemple, Mix[31] a étudié la capacité des enfants de trois ans d'apparier numériquement une série de 2, 3 ou 4 points noirs. La tâche était facile à accomplir lorsque les objets à manipuler donnés aux enfants étaient semblables sur le plan perceptuel aux points qu'ils devaient apparier (p. ex., des disques noirs ou des coquillages rouges dont la taille était à peu près la même que celle des points). Cependant, la performance des enfants déclinait lorsque les objets contrastaient sur le plan perceptuel avec les points (p. ex., des figurines représentant des lions ou des objets hétérogènes).

Muldoon, Lewis et Francis[7] ont vérifié la capacité d'enfants de 4 ans à évaluer la relation numérique entre deux rangées de blocs (contenant 6 à 9 éléments par rangée) en les plaçant devant des indices trompeurs quant à la longueur de la rangée, c'est-à-dire que deux rangées de longueurs inégales contenaient le même nombre d'éléments, ou que deux rangées de longueurs égales contenaient différents nombres d'éléments. La plupart des enfants se sont basés sur la comparaison de la longueur plutôt que sur le calcul des éléments pour comparer les rangées. Cependant, une procédure consistant à offrir trois séances de formation a conduit à une meilleure performance, surtout chez les enfants à qui on avait demandé d'expliquer pourquoi les rangées étaient en fait numériquement égales ou inégales pendant la formation (tel qu'indiqué par l'expérimentateur).

Les lacunes de la recherche

Bien que les données expérimentales sur la numératie précoce s'accumulent rapidement, l'absence d'explications théoriques intégrant toute la gamme de résultats empiriques limite notre compréhension de la cohérence des divers résultats déjà obtenus et des problèmes qui restent à résoudre. Par exemple, dans la littérature sur la prime enfance, les explications contradictoires des capacités numériques précoces ont généré beaucoup de recherches au cours des dernières années, pourtant, les résultats n'ont pas eu pour effet de diminuer la controverse théorique. Lorsqu'ils présentent des conclusions théoriques, les chercheurs doivent connaître l'ensemble du corpus de résultats et formuler leurs théories avec suffisamment de précision pour que l'on puisse les différencier empiriquement.

De plus, les chercheurs doivent rassembler une information de meilleure qualité sur les processus qui ont permis d'améliorer les connaissances de la numératie chez les jeunes enfants. Nous savons que les variables contextuelles allant de la culture et de la classe sociale[32] aux modèles d'interaction parent-enfant[33,34] et enseignant-enfant[35] ont des répercussions sur la performance des jeunes enfants. Cependant, jusqu'à présent, nous n'avons que des bribes d'information provenant principalement d'études de formation expérimentales [,25,36] qui expliquent comment les expériences particulières peuvent altérer le raisonnement numérique des enfants. La recherche comportant des données convergentes sur : a) les expériences numériques quotidiennes des jeunes enfants et sur la variation de ces expériences en fonction de l'âge de l'enfant, et b) les effets expérimentaux de ces types d'expérience sur la réflexion des enfants serait particulièrement utile.

Conclusions

La recherche disponible sur le développement des connaissances des jeunes enfants concernant les nombres soutient quatre généralisations qui ont d'importantes conséquences pour la politique et la pratique. Premièrement, le développement numérique comporte de multiples facettes. La numératie pendant la petite enfance englobe bien plus que le calcul et la connaissance de certains faits arithmétiques élémentaires. Deuxièmement, malgré les habiletés numériques démontrées même par les nourrissons, le changement lié à l'âge est omniprésent. Dans les comparaisons entre les groupes d'âge, les enfants plus âgés obtiennent presque toujours de meilleurs résultats que les autres. Troisièmement, la variabilité est omniprésente. La performance de chaque enfant varie lorsqu'il effectue différentes tâches numériques,[37] lorsqu'il participe à des types particuliers de raisonnement numérique dans différents contextes[3] et même lorsqu'il reçoit de la rétroaction pour chaque réponse quand il effectue une seule tâche.[5,38] Enfin, les progrès des enfants dans l'acquisition de connaissances numériques sont très influençables. Les activités non structurées comme les jeux de société,[25] les activités expérimentales visant à mettre en lumière les relations numériques[7,36] et les variations inhérentes aux façons dont les parents[33,34] et les enseignants[35] parlent des chiffres aux enfants influencent ces progrès.

Implications

La recherche sur la numératie pendant la petite enfance peut considérablement contribuer aux politiques et à la pratique en documentant les objectifs déterminés pour l'instruction des mathématiques chez les jeunes enfants. Comme le développement numérique comporte de multiples facettes, les programmes d'enseignement devraient s'efforcer de viser plus large et ne pas se contenter d'améliorer les compétences des enfants en calcul ou de leur enseigner certains faits arithmétiques de base. Les nombres, comme les autres ordres de grandeur, sont caractérisés par des relations d'égalité et d'inégalité. En même temps, ils sont différents des autres types de grandeur parce qu'ils se basent sur la division d'une quantité globale en unités. Les activités pédagogiques qui encouragent les enfants à réfléchir aux relations entre les quantités et aux effets des transformations comme la division, le groupement ou la réorganisation de ces relations peuvent les aider à mieux comprendre ces notions. La variabilité et la malléabilité de la réflexion numérique des jeunes enfants indiquent que les programmes d'enseignement peuvent énormément contribuer à leurs connaissances croissantes des nombres.

Références

1. Kobayashi T, Hiraki K, Hasegawa T. Auditory-visual intermodal matching of small numerosities in 6-month-old infants. *Developmental Science* 2005;8(5):409-419.
2. Xu F, Arriaga RI. Number discrimination in 10-month-olds. *British Journal of Developmental Psychology* 1985;3(1):47-55.
3. Mix KS. How Spencer made number: First uses of the number words. *Journal of Experimental Child Psychology 2009;102(4):427-444*.
4. Sarnecka BW, Lee MD. Levels of number knowledge in early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;103(3):325-337.
5. Chetland E, Fluck M. Children's performance on the 'give-x' task: A microgenetic analysis of 'counting' and 'grabbing' behaviour. *Infant and Child Development* 2005;14(2):133-154.
6. Le Corre M, Carey S. One, two, three, four, nothing more: an investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition* 2007:105(2):395-438.
7. Muldoon K, Lewis C, Francis B. Using cardinality to compare quantities: The role of social-cognitive conflict in the development of basic arithmetical skills. *Developmental Science* 2007;10(5):694-711.
8. Canobi KH, Bethune NE. Number words in young children's conceptual and procedural knowledge of addition, subtraction and inversion. *Cognition* 2008;108(3):675-686.
9. Sherman J, Bisanz J. Evidence for use of mathematical inversion by three-year-old children. *Journal of Cognition and Development* 2007;8(3):333-344.
10. Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2005.

11. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 1993;30(1):95-122.

12. Griffin S, Case R. Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education* 1997;3(1):1--49.

13. Starkey P, Klein A, Wakeley A. Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly* 1998;13(4):637-658.

14. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC.: U. S. Department of Education; 2008.

15. Duncan GJ, Dowsett CJ, Claessens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*. 2007;43(6):1428 -1446.

16. Piaget J. *The child's conception of number.* Gattegno C, Hodgson FM, trans. New York, NY: Norton; 1952.

17. Gelman R, Gallistel CR. *The child's understanding of number.* Cambridge, MA; Harvard University Press; 2005.

18. Geary DC. Development of mathematical understanding. In: Damon W, ed. *Handbook of child psychology.* 6th ed. New York, NY: John Wiley & Sons; 2006:777-810. Khun D, Siegler RS Siegler, eds. *Cognition, perception, and language.* Vol. 2.

19. Butterworth B. *The mathematical brain*. New York, NY: Macmillan; 1999.

20. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford, UK: Oxford University Press; 1997

21. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences 2002;6(6):248-254*.

22. Sophian C. Beyond competence: The significance of performance for conceptual development. *Cognitive Development* 1997;12(3):281-303.

23. Sophian C. *The origins of mathematical knowledge in childhood*. New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates; 2007.

24. Mix KS, Sandhofer CM, Baroody AJ. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal quantification in early childhood. In: RV Kail, ed. *Advances in child development and behavior. vol. 33*. New York, NY: Academic Press; 2005:305-346.

25. Ramani GB, Siegler RS. Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development* 2008;79(2):375-394.

26. Schliemann AD, Carraher DW. The evolution of mathematical reasoning: Everyday versus idealized understandings. *Developmental Review* 1991;11(3):271-287.

27. Xu F. Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representation. *Cognition* 2003;89(1):B15-B25

28. Xu F, Spelke ES, Goddard S. Number sense in human infants. *Developmental Science* 2005;8(1):88-101.

29. Xu F, Spelke ES. Large-number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition* 2000;74(1):B1-B11.

30. Davydov VV. Logical and psychological problems of elementary mathematics as an academic subject. In: Kilpatrick J, Wirszup I, Begle EG, Wilson JW, eds. *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*.Chicago, Ill: University of Chicago Press; 1990:281-307. Steffe LP, ed. *Children's capacity for learning mathematics.* Vol. 7.

31. Mix KS. Surface similarity and label knowledge impact early numerical comparisons. *British Journal of Developmental Psychology* 1985;3(1):47-55

32. Starkey P, Klein A. Sociocultural influences on young children's mathematical knowledge. In: Saracho ON, Spodek B, eds. *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*. Charlotte, NC: IAP/Information Age Pub.; 2008:253-276.

33. Blevins-Knabe B, Musun-Miller L. Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting* 1996;5:173-183.

34. Lefevre J, Clarke T, Stringer AP. Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care* 2002;172(5):451-462.

35. Klibanoff RS, Levine SC, Huttenlocher J, Vasilyeva M, Hedges LV. Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk." *Developmental Psychology* 1984;20(5):797-806.

36. Sophian C, Garyantes D, Chang C. When three is less than two: Early developments in children's understanding of fractional quantities. *Developmental Psychology* 1984;20(5):797-806

37. Dowker A. Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science* 2008;11(5):650-654.

38. Siegler RS. How does change occur: A microgenetic study of number conservation. *Cognitive Psychology* 2002;45:337-374.

Prédicteurs de réussite et de difficultés d’apprentissage en mathématiques chez le jeune enfant

Nancy C. Jordan, Ph.D.

University of Delaware, États-Unis

Juillet 2010

Introduction

Les difficultés en mathématiques sont courantes. Jusqu’à 10 % des élèves reçoivent pendant leurs années d’école un diagnostic de trouble d’apprentissage en mathématiques.[1,2] Encore plus d'élèves éprouvent de grandes difficultés avec les mathématiques sans toutefois obtenir un tel diagnostic officiel. Les difficultés en mathématiques sont persistantes, et ceux qui en éprouvent ne pourront peut-être jamais rattraper leurs pairs qui réussissent normalement.

Sujet

Les fondements de la réussite en mathématiques s’établissent avant même l’entrée au primaire.[3,4] La détermination des principaux facteurs permettant de prédire si un enfant aura ou non des difficultés en cette matière facilite le dépistage, l’intervention et le suivi de ses progrès avant qu’un retard scolaire trop prononcé ne s’installe.

Problème

Les difficultés en mathématiques ont de lourdes conséquences pour le fonctionnement au quotidien, le rendement scolaire et l’avancement professionnel.[5] Il faut réussir en mathématiques pour étudier ou travailler dans le domaine des sciences, de la technologie, de l’ingénierie et des mathématiques.[6] En ce qui concerne la réussite en mathématiques, il existe des écarts de groupe importants liés au statut socioéconomique,[7] ainsi que des écarts individuels sur le plan de l’aptitude fondamentale à apprendre.[8] Ces différences existent dès la petite enfance et s’accentuent au cours de la scolarité.

Contexte de la recherche

Des études longitudinales sur les caractéristiques des enfants éprouvant des difficultés en mathématiques ont permis de cibler d’importants objectifs d’intervention. La plupart des enfants entrent à l’école avec un *sens des nombres* approprié pour l’apprentissage scolaire des mathématiques. Les composants préverbaux des nombres (par exemple, les représentations exactes des petites quantités et les représentations approximatives de quantités plus importantes) se développent en très bas âge.[9,10,11] Ces prémisses primaires sous-tendent, croit-on, l’acquisition des compétences conventionnelles en mathématiques, mais elles ne sont pas suffisantes. La plupart des enfants qui éprouvent des difficultés en mathématiques présentent des faiblesses sur le plan de l’abstraction en ce qui concerne les nombres symboliques, les nombres entiers, les relations entre les nombres et les opérations sur les nombres,[12] des aspects de l’apprentissage des mathématiques qui sont malléables et dont la compréhension est influencée par l’expérience.[13]

Questions clés pour la recherche

Dans le domaine de la littératie, des mesures de dépistage précoce fiables et valides ont permis d’intervenir et de fournir un soutien efficace au cours de la petite enfance et plus tard.[14] Des mesures intermédiaires étroitement liées à la lecture (par exemple, la connaissance des sons correspondant aux lettres) permettent mieux que des compétences plus générales de prédire la réussite ou la difficulté en lecture. De la même façon, dans le domaine de la numératie, les compétences chez le jeune enfant qui sont liées aux mathématiques qu’il faudra maîtriser à l’école sont les meilleurs prédicteurs de la réussite ou de la difficulté future dans cette matière.[15] Les principaux prédicteurs longitudinaux clés de la réussite en mathématiques doivent être définis pour qu’un dépistage précoce puisse être effectué.

Résultats d’études récentes

Les compétences numériques en bas âge sont importantes quand il s’agit de tracer les trajectoires de réussite des enfants en mathématiques.[16,17] Un faible sens des nombres est à l’origine des difficultés et des faiblesses en mathématiques.[18,19] Les enfants souffrant de dyscalculie développementale, une forme grave de déficience en mathématiques, se caractérisent par une difficulté à reconnaître et à comparer des nombres, de même qu’à compter et à énumérer des séries d’objets.[18]

Prédicteurs longitudinaux

Des études longitudinales à court terme (du début à la fin de la maternelle) révèlent que les indicateurs de numératie en comptage, en discrimination des quantités et en dénomination des nombres constituent des facteurs permettant de prédire la facilité ou la difficulté en mathématiques avec un degré de fiabilité allant de modéré à élevé.[20,21,22] De plus, si on applique ces indicateurs aux enfants d’âge préscolaire, les résultats obtenus permettent de prévoir ceux qui seront obtenus à la maternelle pour des éléments de mesure semblables.[23] Les enfants de familles à faible revenu entrent à la maternelle avec un retard important par rapport à ceux qui viennent de familles à revenu moyen pour ce qui est des indicateurs de numératie, et cet écart ne s’amenuise pas au cours de l’année scolaire.[12]

Des études longitudinales réalisées à divers moments précis entre le début de la maternelle et la fin de la troisième année permettent de croire que le sens des nombres en bas âge constitue un fondement qui soutient l’apprentissage de notions de mathématiques complexes associées au calcul ainsi qu’à la résolution de problèmes.[15,17,24,25] La numératie à la maternelle pour ce qui est de compter, de comparer des valeurs absolues, de faire du calcul non verbal et de l’arithmétique verbale permet de prédire le niveau et le taux de réussite en mathématique de la première à la troisième année. La compétence numérique en bas âge atténue la faiblesse en mathématiques chez les élèves à risque issus de familles à faible revenu. La compétence numérique permet de prédire également les résultats futurs en mathématiques indépendamment des variables du QI.[26] Les compétences en calcul arithmétique simple (addition et soustraction) à la maternelle permettent très bien de prédire les résultats ultérieurs en mathématiques. Comme la plupart des enfants peuvent arriver à acquérir des compétences numériques assez tôt,[4] les effets intermédiaires d'une telle acquisition fournissent une piste pour orienter l'intervention précoce.

Catégories de compétences sous-jacentes

Les habiletés cognitives sous-jacentes d'ordre quantitatif, linguistique et spatial contribuent séparément aux compétences numériques des enfants d'âge préscolaire ou qui sont en maternelle.[27] Les habiletés linguistiques sont d'excellents prédicteurs de la capacité à nommer les nombres, tandis que les compétences liées au concept de quantité le sont pour ce qui est du calcul non verbal. L'attention spatiale, quant à elle, laisse présager ces deux types de numératie chez le jeune enfant. Ces compétences sous?jacentes sont différemment liées aux résultats obtenus en mathématiques deux ans plus tard (par exemple, les habiletés linguistiques permettent de façon remarquable de prédire la compréhension des concepts de géométrie et de mesure, mais non pas celles qui se rapportent à la notion de quantité). Un modèle fondé sur les différentes catégories de compétences pourrait expliquer pourquoi les apprenants réussissent relativement bien dans un domaine des mathématiques mais pas dans un autre.[28]

Lacunes de la recherche

Des outils de dépistage visant à déterminer les compétences numériques de base chez les enfants d'âge préscolaire ou qui fréquentent la maternelle doivent être mis au point et validés afin d'être utilisés dans les établissements scolaires, les cliniques et d'autres milieux éducatifs. Il faudrait aussi concevoir et évaluer, au moyen d'études sur échantillon aléatoire, des interventions à l'intention des enfants qui ont ou risquent d'avoir des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Les chercheurs doivent en particulier essayer de trouver comment réaliser le plus efficacement des gains dans des domaines précis de la compétence numérique et voir si ces gains peuvent ou non se maintenir dans le temps et englober l'apprentissage des mathématiques en général. Il importe en outre de distinguer les méthodes les plus efficaces de celles qui le sont moins pour l'amélioration de la compétence numérique.

Conclusions

Les difficultés en mathématiques se répercutent sur toutes les activités courantes et peuvent avoir des conséquences tout au long de la vie. Les compétences numériques de base s'acquièrent avant la première année du primaire et permettent très bien de prédire la réussite et les difficultés futures en mathématiques. Un niveau élevé de compétence numérique à la maternelle est un signe statistiquement important et très révélateur de la capacité à faire du calcul et des applications mathématiques à la fin de la troisième année. La capacité d'associer les nombres symboliques aux nombres entiers et aux opérations numériques est particulièrement importante. La compétence numérique dépend des habiletés linguistiques (par exemple, connaître les noms des nombres) ainsi que des habiletés cognitives liées au concept de quantité et à l'espace (combiner et séparer des séries). Bien que les résultats à long terme soient moins bons chez les enfants de familles à faible revenu que chez ceux de familles à revenu moyen, le développement des compétences numériques en bas âge influe sur la réussite en mathématiques. Les enfants de familles à faible revenu entrent à l'école avec un bagage relativement mince d'expériences liées aux nombres,[29] ce qui les défavorise. L'effet intermédiaire de la compétence numérique sur les résultats en mathématiques semble indiquer qu'il faudrait renforcer cet aspect au niveau préscolaire et à la maternelle. Dans l'ensemble, le sens des nombres dès le plus jeune âge est crucial pour l'établissement d'une trajectoire de réussite en mathématiques tout au long du primaire.

Implications : parents, services et politiques

Dans les écoles d'aujourd'hui, il arrive bien souvent que les difficultés d'apprentissage et les faiblesses en mathématiques ne soient pas détectées avant la quatrième année. Les interventions précoces sont beaucoup moins courantes en mathématiques qu'en lecture. Les enseignants de la maternelle devraient effectuer un dépistage précoce des élèves qui ont des problèmes de numératie, comme cela se fait pour la littératie. Les établissements préscolaires et les maternelles devraient fournir des expériences liées aux mathématiques et assurer un enseignement concernant les nombres, les relations entre eux et les opérations sur eux.[4] Ce *noyau de compétences fondamentales en numératie* devrait mettre l'accent sur la liste des noms de nombres, les principes du calcul liés à la cardinalité et à la correspondance un à un, la comparaison de séries de différentes grandeurs ainsi que la réunion et la séparation de séries. Des listes de nombres ainsi que de simples jeux de société faisant appel à de telles listes peuvent aider les enfants à comprendre la notion de quantités.[30] Les responsables de l'élaboration de programmes pour la petite enfance devraient se concentrer sur ces compétences fondamentales en matière de nombres. Les enfants fréquentant les écoles de quartiers à faible revenu sont plus à risque que les autres d'éprouver des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Quand ils entrent à la maternelle, ils accusent déjà un retard par rapport aux enfants de familles à revenu moyen. Une intervention précoce peut aider tous les enfants à construire les bases dont ils ont besoin pour réussir en mathématiques.

Références

1. Barbaresi MJ, Katusic SK, Colligan RC, Weaver AL, Jacobsen SJ. Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976-1982, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics* 2005;5(5):281-289.
2. Shalev RS, Manor O, Gross-Tsur V. Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine and Child Neurology* 2005;47:121-125.
3. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester JFK, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007:461-555.
4. Cross CT, Woods TA, Schweingruber H, National Research Council, Committee on Early Childhood Mathematics, eds. *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity.* Washington, DC: National Academies Press; 2009.
5. Sadler PM, Tai RH. The two high-school pillars supporting college science. *Science* 2007;317:457-458.
6. National Mathematics Advisory Panel (NMAP). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel.* Washington, DC: U.S. Department of Education; 2008
7. Lubienski ST. A clash of social class cultures? Students' experiences in a discussion-intensive seventh-grade mathematics classroom. *The Elementary School Journal* 2000;100(4):377-403.
8. Geary DC, Hoard MK, Byrd-Craven J, Nugent L, Numtee C. Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development* 2007;78(4):1343-1359.
9. Berch DB. Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities *Journal of Learning Disabilities* 2005;38(4):333-339.
10. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York, NY: Oxford University Press; 1997.
11. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *TRENDS in Cognitive Sciences* 2004;8(7):307-314.
12. Jordan NC, Levine SC. Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews*

2009;15:60-68.

13. Case R, Griffin S. Child cognitive development: The role of central conceptual structures in the development of scientific and social thought. In: Hauert EA, ed. *Developmental psychology: Cognitive, perceptuo-motor, and neurological perspectives*. North-Holland: Elsevier; 1990: 1993-230.
14. Schatschneider C, Carlson CD, Francis DJ, Foorman BR, Fletcher JM. Relationship of rapid automatized naming and phonological awareness in early reading development: Implications for the double-digit hypothesis. *Journal of Learning Disabilities* 2002;35(3):245-256.
15. Jordan NC, Glutting J, Ramineni C. The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences* 2010;20:82-88.
16. Duncan GJ, Dowsett CJ, Classens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology* 2007;43(6):1428-1446.
17. Jordan NC, Kaplan D, Ramineni C, Locuniak MN. Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology* 2009;3(45):850-867.
18. Landerl K, Bevan A, Butterworth B. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8 ? 9-year-old students. *Cognition* 2004;93:99-125.
19. Mazzocco MM, Thompson RE. Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice* 2005;20(3):142-155.
20. Clarke B, Shinn MR. A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review* 2004;33(2):234-248.
21. Lembke E, Foegen A. Identifying early numeracy indicators in for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research and Practice* 2009;24:2-20.
22. Methe SA, Hintze JM, Floyd RG. Validation and decision accuracy of early numeracy skill indicators. *School Psychology Review* 2008;37:359-373.
23. VanDerHeyden AM, Broussard C, Cooley A. Further development of measures of early math performance for preschoolers. *Journal of School Psychology* 2006:44:533-553.
24. Jordan NC, Kaplan D, Locuniak MN, Ramineni C. Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice* 2007;22(1):36-46.
25. Jordan NC, Kaplan D, Olah L, Locuniak MN. Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development* 2006;77:153-175.
26. Locuniak MN, Jordan NC. Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities* 2008;41(5):451-459.
27. LeFevre J, Fast L, Skwarchuk SL, Smith-Chant BL, Bisanz J, Kamawar D, Penner-Wilger M. Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*. In press.
28. Mazzocco MM. Defining and differentiating Mathematical Learning Difficulties and Disabilities. In: Berch DB, Mazzocco MMM. eds. *Why is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities*. Baltimore, MD: Paul H. Brookes; 2007: 29-48
29. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Education Research Journal* 2008; 45(2), 443-494.
30. Ramani GB, Siegler RS. Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development* 2008;79:375-394.

Numératie chez le jeune enfant : transition des premiers mois aux premières années de vie

Kelly S. Mix, Ph.D.

Michigan State University, États-Unis

Juillet 2010

Introduction

Les concepts relatifs au nombre se forment avant l'entrée à l'école. Les enfants d'âge préscolaire montrent des aptitudes verbales, comme le comptage, et saisissent les notions fondamentales de l'équivalence, du rang ou de l'ordre et de la transformation numérique. Bien que les chercheurs conviennent de l'existence de ces capacités dès la petite enfance, ils ne s'entendent pas encore sur le moment où celles?ci se manifestent ni sur les mécanismes qui les sous?tendent. Autrement dit, quelles sont les origines de la numératie chez le jeune enfant?

Sujet

Jusqu'à récemment, les recherches sur la numératie portaient principalement sur le comptage verbal. Or, l'idée selon laquelle la numératie pourrait se manifester chez le nourrisson et le très jeune enfant a amené les chercheurs à prêter davantage attention aux aptitudes non verbales. Ce changement de cap a élargi l'éventail des comportements considérés comme des manifestations de la numératie chez le jeune enfant, ce qui a eu une incidence directe sur l'évaluation et l'éducation des jeunes enfants. En outre, cette nouvelle perspective a soulevé des questions sur les origines des troubles d'apprentissage et des lacunes en mathématiques et a amené les chercheurs à s'interroger notamment sur les différences entre les divers groupes socioéconomiques.

Problèmes

Les études actuelles sur le développement n'accordent pas toutes la même importance aux manifestations verbales et non verbales.

Certains spécialistes soutiennent que la structure conceptuelle fondamentale liée aux nombres est innée et prend la forme d'une représentation non verbale semblable au comptage verbal.[1,2,3] Dans cet ordre d'idées, un jalon majeur du développement consiste à associer les mots qui désignent les nombres à leurs référents non verbaux.

D'autres chercheurs prétendent que les processus innés contribuent à l'acquisition d'aptitudes en numératie mais ne constituent pas un système conceptuel complet en ce qui concerne les nombres.[4,5] Ilstiennent compte à la fois du comptage préverbal et d'une seconde forme de représentation fondée sur le suivi visuel d'objets. Ils caractérisent le comptage verbal comme un catalyseur conceptuel qui permet d'intégrer les deux représentations non verbales,[5] transcendant ainsi les limitations inhérentes de chacune pour parvenir à un concept réel du nombre.[4]

D'autres scientifiques encore incluent les représentations des nombres par des objets, mais avancent que celles-ci se construisent au cours de la petite enfance.[6] Selon ce point de vue, les représentations du nombre au moyen d'objets sont imprécises, même pour les petits ensembles. On pense plutôt que le très jeune enfant estime le nombre avec de plus en plus d'exactitude en raison : 1) de l'accroissement de la capacité de sa mémoire de travail à mesure qu'il vieillit; 2) des interactions entre la connaissance partielle des mots désignant les nombres et la reconnaissance de petites quantités dans des contextes précis.[6,7,8]

Enfin, d'autres spécialistes estiment que les concepts relatifs au nombre découlent du système de comptage à proprement parler, sans passer par la représentation non verbale. Des études montrent que les enfants ne comprennent les principes du comptage que lorsqu'ils ont appris à compter.[9,10] Il a également été avancé que les enfants ne peuvent pas associer d'étiquettes désignant de petits ensembles au système de calcul conventionnel parce qu'ils n'arrivent pas à reconnaître la séquence normale des chiffres parmi d'autres séquences.[11]

Contexte de la recherche

Étant donné l'accent mis par les chercheurs sur l'émergence de la numératie verbale dans le contexte d'une base formée de concepts non verbaux, les expériences actuelles comprennent un mélange de méthodes verbales et non verbales. Dans le domaine verbal, on mesure diverses sous-composantes du comptage (p. ex., on demande aux enfants de réciter les nombres dans l'ordre, de compter un groupe d'objets ou d'indiquer le nombre des éléments ensemble, c'est?à?dire d'en nommer le cardinal). Tandis que dans le domaine non verbal, on recourt à des tâches axées sur des objets qui ne nécessitent aucun comptage verbal. Dans le cas des nourrissons et des très jeunes enfants, il est courant de mesurer le temps d'observation (p. ex., l'habituation) et de faire appel à des tâches où l'enfant doit tendre la main pour atteindre des objets.

Questions clés pour la recherche

Un objectif important visé par la recherche est de décrire le sens des nombres chez les nourrissons et les très jeunes enfants. Les chercheurs veulent savoir ce que les enfants comprennent des nombres avant d'acquérir les compétences conventionnelles. Le profil précis des forces et des faiblesses non verbales est parfois utilisé pour défendre une étude donnée sur le développement. Les chercheurs tentent également de décrire de façon détaillée l'émergence de la numératie verbale. Dans ce genre de recherche, les interactions possibles entre la numératie verbale et la non verbale sont examinées de près.

Résultats d'études récentes

Le sens des nombres chez les nourrissons

Les premières recherches effectuées sur l'habituation ont indiqué que les nourrissons peuvent faire la distinction entre de petits ensembles d'objets. Par exemple, lorsque l'on présente aux bébés une série d’ensembles comportant tous le même nombre d’objets (p. ex., deux), mais de couleurs, de formes et de positions variées, le temps qu’ils passent à les observer diminue graduellement. Toutefois, lorsqu’on leur présente un ensemble comportant un nombre différent d’objets (p. ex., trois), ils le regardent plus longtemps, ce qui laisse croire qu’ils sont conscients du changement sur le plan de la quantité.[12,13] Des expériences semblables permettent de penser que les nourrissons peuvent distinguer des ensembles comportant de nombreux éléments, qu’ils leur soient présentés sous forme visuelle ou auditive,[14,15] effectuer des calculs simples à partir d’objets[3] et déceler la relation numérique entre les différentes modalités perceptuelles.

Opérations non verbales chez le jeune enfant

Les enfants effectuent des tâches liées aux nombres axées sur des objets bien avant de montrer une compréhension similaire au moyen de tâches faisant appel aux habiletés verbales. Par exemple, les enfants d’âge préscolaire résolvent de simples problèmes d’addition et de soustraction s’appliquant à des objets (p. ex., 2 + 2) des années avant de pouvoir résoudre des problèmes semblables exprimés en mots.[6,8,18] De même, les enfants déterminent le rang ou l’ordre et l’équivalence dans des tâches à choix forcé bien avant de pouvoir comparer les mêmes ensembles verbalement, en les comptant.[6,19,20,21,22,23 24] L’enfant devient capable d’effectuer des opérations non verbales entre deux ans et demi et trois ans.

Apprentissage du comptage verbal

Le comptage verbal englobe trois sous-compétences principales. En premier lieu, l’enfant doit mémoriser la séquence des mots qui désignent les nombres. À trois ans, il peut habituellement compter jusqu’à dix,[25,26] tandis que vers l’âge de six ans, il apprend à créer des nombres au moyen de la structure décimale (de 10 à 19, de 20 à 29, etc.). En deuxième lieu, le jeune calculateur doit faire correspondre les mots et les objets, de sorte que chaque élément d’un ensemble soit compté et étiqueté une fois et une seule fois. L’enfant se trompe à maintes reprises tandis qu’il découvre et apprend à maîtriser les procédures d’étiquetage, surtout entre 36 et 42 mois.[25] En troisième lieu, il apprend que le dernier mot du compte des éléments effectué représente la valeur cardinale de l’ensemble (p. ex., s’il compte « un, deux, trois » éléments, cela signifie que l’ensemble contient trois éléments). Fait intéressant, l’enfant saisit cette notion avant de maîtriser le processus du comptage verbal, ce qui semble indiquer qu’il arrive à comprendre le principe de la cardinalité en faisant des expériences avec de petits ensembles.[4,25,26,27,28,29] En fait, les petits ensembles (soit ceux qui comportent de un à trois éléments) pourraient bien représenter le seul contexte permettant de découvrir le principe de la cardinalité, car le nombre de leurs éléments peut être déterminé sans comptage.[4,26,27,28,29,30,31,32,33]

Lacunes de la recherche

Un problème qui persiste consiste à faire le rapprochement entre la précocité apparente des nourrissons au chapitre de la numératie et les difficultés éprouvées par les enfants d'âge préscolaire relativement à des tâches semblables. Par exemple, si les nourrissons peuvent se représenter des ensembles comportant de nombreux objets et les comparer, comme certains le prétendent,[15] pourquoi les enfants d'âge préscolaire n'arrivent-ils pas à discerner des correspondances entre de grands ensembles avant d'avoir appris à compter?[34,35] Ce genre de discordance alimente un vif débat sur la valeur des travaux portant sur les nourrissons, et l'établissement d'un lien entre les diverses études continue à poser un défi de taille. Par exemple, les chercheurs commencent à peine à tenter de déterminer si la sensibilité du nourrisson à la notion de quantité est liée à la numératie chez l'enfant d'âge préscolaire ou s'il existe un lien entre cette dernière et la réussite scolaire subséquente en mathématiques.[36]

Une autre question inexplorée est la façon dont les enfants coordonnent les notions de quantité discrète et de quantité continue. Il est bien établi que le nourrisson perçoit une quantité continue. Certains prétendent que l'emploi de quantités continues explique en fait l'aptitude à effectuer des tâches liées aux nombres démontrée chez les nourrissons.[37,38] Toutefois, que le nourrisson comprenne les quantités continues, les quantités discrètes ou les unes et les autres, des études sont requises pour déterminer ce qui l'amène à passer d'une forme d'évaluation de la quantité à l'autre, ainsi que les changements qui se produisent sur le plan du développement à mesure que l'enfant apprend la relation entre la quantité continue et la quantité discrète (p. ex., la taille d'un élément n'a pas d'incidence sur le décompte, à moins qu'on ne calcule des unités de mesure).

Enfin, il reste beaucoup à apprendre sur les interactions entre la quantification non verbale et le comptage verbal. Certains spécialistes soutiennent que tout ce que le nourrisson peut faire ou comprendre au stade préverbal est nécessairement inné, car ces aptitudes se manifestent sans intervention verbale.[4] D'autres affirment cependant que même les bébés qui ne prononcent pas les noms des nombres comme tels ont néanmoins été exposés au langage qui s'y rapporte, ce qui brouille les données lorsqu'il s'agit de déterminer si leurs aptitudes sont acquises ou innées.[39] Une question apparentée porte sur la façon dont les enfants apprennent la signification des mots désignant les nombres et la mesure dans laquelle l'acquisition de cette connaissance repose sur des fondements non verbaux. Des études actuelles cherchent par ailleurs à déterminer si l'apprentissage du pluriel joue un rôle dans ces interactions.[40]

Conclusions

Les preuves des aptitudes du nourrisson en ce qui concerne les nombres soulèvent des questions intéressantes sur les origines de la numératie et les ressources conceptuelles auxquelles les jeunes enfants recourent pour apprendre le comptage verbal. Toutefois, d'autres recherches devront être effectuées pour comprendre ce qu'impliquent ces capacités du nourrisson et de quelle manière elles sont précisément liées au développement non verbal et verbal subséquent.

Références

1. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics.* Oxford, England: Oxford University Press; 1997.
2. Gallistel CR, Gelman R. Preverbal and verbal counting and computation *Cognition* 1992;44: 43-74.
3. Wynn K. Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition* 1995;1:35-60.
4. Carey S. Whorf versus continuity theorists: Bringing data to bear on the debate. In: Bowerman M, Levinson SC, eds. *Language acquisition and conceptual development.* New York, NY: Cambridge University Press: 2001;185-214.
5. Spelke E. What makes us smart? Core knowledge and natural language. In: Gentner D, Goldin-Meadow S, eds. Language in mind.

Cambridge, MA: MIT Press; 2003.

6. Huttenlocher J, Jordan N, Levine SC. A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General* 1994;123:284-296.
7. Mix KS, Sandhofer CM., Baroody A. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. In: Kail RV, ed. *Advances in Child Development and Behavior.* New York, NY: Academic Press; 2005: 305-345.
8. Rasmussen C, Bisanz J. Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology* 2005; 91:137-157.
9. Briars DJ, Siegler RS. A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology* 1984;20:607-618.
10. Frye D, Braisby N, Lowe J, Maroudas C, Nicholls J. Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development* 1989;60:1158-1171.
11. Rips LJ, Asmuth J, Bloomfield A. Giving the boot to the bootstrap: How not to learn natural numbers. *Cognition* 2006;101:B51-B60.
12. Antell S, Keating DP. Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development* 1983;54:695-701.
13. Strauss MS, Curtis LE. Infant perception of numerosity. *Child Development 1981;52*:1146-1152.
14. Lipton JS, Spelke ES. Origins of number sense: Large number discrimination in human infants. *Psychological Science* 2003;14: 396-401.
15. Xu F, Spelke ES. Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition* 2000;74: B1-B11.
16. Starkey P, Spelke ES, Gelman R. Numerical abstraction by human infants. Cognition 1990;36:97-127.
17. Jordan KE, Suanda SH, Brannon EM. Intersensory redundancy accelerates preverbal numerical competence. *Cognition* 2008;108: 210-221.
18. Levine SC, Jordan NC, Huttenlocher J. Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology* 1992;53:72-103.
19. Cantlon J, Fink R, Safford K, Brannon EM. Heterogeneity impairs numerical matching but not numerical ordering in preschool children. *Developmental Science* 2007;10:431-440.
20. Mix KS. Preschoolers' recognition of numerical equivalence: Sequential sets. *Journal of Experimental Child Psychology* 1999;74:309-322.
21. Mix KS. Similarity and numerical equivalence: Appearances count. *Cognitive Development* 1999;14:269-297.
22. Mix KS. The construction of number concepts. *Cognitive Development* 2002;17:1345-1363.
23. Mix KS. Children's equivalence judgments: Crossmapping effects. *Cognitive Developmen*t 2008;23:191-203.
24. Mix KS, Huttenlocher J, Levine SC. Do preschool children recognize auditory-visual numerical correspondences? *Child Development* 1996; 67:1592-1608.
25. Fuson KC. *Children's counting and conceptions of number.* New York, NY: Springer-Verlag; 1988.
26. Bermejo V. Cardinality development and counting. *Developmental Psychology* 1996;32:263-268.
27. Mix KS. How Spencer made number: First uses of the number words. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;102: 427-444.
28. Wynn, K. Children's understanding of counting*.* *Cognition* 1990;36:155-193.
29. Klahr D, Wallace JG. *Cognitive development: An information processing approach.* Hillsdale, NJ: Erlbaum; 1976.
30. Mix KS, Sandhofer CM, Moore JA. How input helps and hinders acquisition of the cardinal word principle. Paper presented at: The biennial meeting of the Society for Research in Child Development. April 2-4, 2009. Denver, CO.
31. Schaeffer B, Eggleston VH, Scott JL. Number development in young children. *Cognitive Psychology* 1974;6:357-379.
32. Spelke ES, Tsivkin S. Initial knowledge and conceptual change: Space and Number. In: Bowerman M, Levinson SC, eds. *Language acquisition and conceptual development.,* New York, NY: Cambridge University Press; 2001:70-97.
33. Wagner S, Walters JA. A longitudinal analysis of early number concepts: From numbers to number. In: Forman G, ed. *Action and thought.* New York: Academic Press; 1982:137-161.
34. LeCorre M, Carey S. One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition* 2007;105: 395-438.
35. Siegel LS. The sequence of development of certain number concepts in preschool children. *Developmental Psychology* 1971;5:357-361.
36. Jordan NC, Kaplan D, Ramineni C, Locuniak MN. Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology* 2009;45: 850-867.
37. Clearfield MW, Mix KS. Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science* 1999;10:408-411.

38. Feigenson L, Carey S, Hauser M. The representations underlying infants’ choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science* 2002;13:150-156.

39. Mix KS, Huttenlocher J, Levine SC. Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? Psychological Bulletin 2002;128: 278-294.

40. Barner D, Libenson A, Cheung P, Takasaki M. Cross-linguistic relations between quantifiers and numerals in language acquisition: Evidence from Japanese. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;103: 421-440.

Trajectoires d’apprentissage des premières mathématiques : séquences d’acquisition et d’enseignement

Douglas H. Clements, Ph.D., Julie Sarama, Ph.D.

Graduate School of Education, University at Buffalo, États-Unis, The State University of New York at Buffalo, États-Unis

Juillet 2010

Introduction

Les enfants suivent des progressions du développement naturelles lors de leur apprentissage et de leur développement. Pour citer un exemple simple, les enfants apprennent d’abord à ramper avant de marcher, de courir, de sautiller puis de sauter avec une vitesse et une dextérité croissantes. De même, ils suivent des progressions du développement naturelles lors de l’apprentissage des mathématiques; ils apprennent les concepts et les aptitudes mathématiques d’une façon qui leur est propre. Lorsque les éducateurs comprennent ces progressions du développement et qu’ils se fondent sur celles-ci pour établir une séquence d’activités, ils peuvent bâtir des environnements d’apprentissage enrichis sur le plan des mathématiques qui sont appropriés et efficaces sur le plan du développement. Ces chemins du développement constituent un élément principal d’une *trajectoire d’apprentissage*.

Questions clés pour la recherche

Les trajectoires d’apprentissage nous aident à répondre à plusieurs questions.

1. Quels objectifs devrions-nous établir?
2. Où devrions-nous commencer?
3. Comment savons-nous quelle est notre prochaine étape?
4. Comment y parvenir?

Récents résultats de recherche

Récemment, les chercheurs sont arrivés à une entente de base concernant la nature des trajectoires d'apprentissage.[1] Les trajectoires d'apprentissage ont trois parties : a) un objectif mathématique; b) un chemin développemental le long duquel les enfants se développent pour atteindre l'objectif en question; et c) un ensemble d'activités ou de tâches pédagogiques, correspondant à chacun des niveaux de pensée le long de ce chemin, qui aident les enfants à développer des niveaux de pensée plus élevés. Penchons-nous sur chacune de ces trois parties.

Objectifs : les principales idées des mathématiques

La première partie d'une trajectoire d'apprentissage consiste en un *objectif mathématique*. Nos objectifs sont les *idées principales des mathématiques* : des groupes de concepts et d'aptitudes qui sont centraux et cohérents sur le plan mathématique, qui correspondent à la façon de penser des enfants, et qui génèrent un apprentissage futur. Ces idées principales sont tirées de plusieurs projets importants, y compris ceux du National Council of Teachers of Mathematics et du National Math Panel.[2,3,4] Par exemple, une idée principale est le fait que *le comptage peut être utilisé pour trouver le nombre d'objets dans une collection. Une autre idée serait le fait que les formes géométriques peuvent être décrites, analysées, transformées et composées et décomposées en d'autres formes*. Il est important de savoir qu'il existe un bon nombre de ces idées principales et trajectoires d'apprentissage; selon la manière dont elles sont classées, il en existe une douzaine.

Progressions du développement : les chemins de l'apprentissage

La deuxième partie d'une trajectoire d'apprentissage comprend les niveaux de pensée, chacun étant plus sophistiqué que le précédent, qui mènent à la réalisation de l'objectif mathématique. Autrement dit, la progression développementale décrit un chemin normal suivi par les enfants lorsqu'ils développent leur compréhension et leurs aptitudes concernant le sujet mathématique en question. Le développement des aptitudes en mathématiques commence dès le plus jeune âge. Les jeunes enfants possèdent, dès la naissance, certaines compétences de nature mathématique relatives au nombre, à la perception spatiale et aux motifs.[5,6]

Cependant, les idées des jeunes enfants et leur interprétation des situations sont particulièrement différentes de celles des adultes. Pour cette raison, les bons éducateurs de la petite enfance s'assurent que les enfants « voient » les situations, les problèmes ou les solutions comme le font les adultes. Les bons enseignants interprètent plutôt ce que fait et pense l'enfant : ils tentent de voir la situation selon le point de vue de l'enfant. De même, lorsque ces enseignants sont en interaction avec l'enfant, ils considèrent également les tâches pédagogiques et leurs propres actes selon le point de vue de l'enfant. Pour ces raisons, l'enseignement à la petite enfance est une tâche aussi exigeante que gratifiante.

Les trajectoires d'apprentissage que nous avons créées dans le cadre des projets Building Blocks[a] et TRIAD[b] fournissent des identifiants simples pour chaque niveau de réflexion de chaque trajectoire d'apprentissage. Le tableau 1 illustre une partie de la trajectoire d'apprentissage pour le comptage. La colonne Progression développementale fournit un identifiant et une description pour chaque niveau, ainsi qu'un exemple de la façon de penser et du comportement des enfants. Il est important de noter que les âges indiqués dans la première colonne sont approximatifs. Sans expérience, certains enfants peuvent avoir des années de recul sur cet âge moyen. Par contre, une éducation de qualité supérieure peut permettre aux enfants de dépasser considérablement ces moyennes. En guise d'exemple, les enfants de 4 ans dans notre programme Building Blocks atteignent ou dépassent le niveau « 5 ans » dans la plupart des trajectoires d'apprentissage, y compris le comptage. (Pour avoir un aperçu complet des trajectoires d'apprentissage dans tous les domaines des mathématiques, voir Clements & Sarama;[7] Sarama & Clements.[6] Ces études examinent également les importants travaux de recherche sur lesquels toutes les trajectoires d'apprentissage sont fondées.)

Tâches pédagogiques : les chemins de l'enseignement

La troisième partie d'une trajectoire d'apprentissage comprend un ensemble de tâches pédagogiques, correspondant à chacun des niveaux de pensée dans la progression développementale. Ces tâches sont conçues pour aider les enfants à apprendre les idées et les aptitudes nécessaires pour atteindre ce niveau de pensée. C'est-à-dire qu'en tant qu'enseignants, nous pouvons avoir recours à ces tâches pour favoriser le passage des enfants d'une colonne à l'autre. La troisième colonne du tableau 1 indique des exemples de tâches. (Ici encore, la trajectoire d'apprentissage complète décrite dans Clements & Sarama[6,7] comprend non seulement tous les niveaux de développement mais également plusieurs tâches pédagogiques pour chaque niveau.)

Tableau 1. Exemples tirés de la trajectoire d'apprentissage relative au comptage (tous les exemples proviennent des textes de Clements & Sarama,[8] Clements & Sarama,[7] Sarama & Clements[6]).

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
1 an	**Pré-compteur** *Verbal* Pas de comptage à voix haute.	Associer le nom des nombres avec des quantités et comme composants de la séquence de comptage.
	Chantonneur *Verbal* Répète le nom des nombres d'une voix chantante ou chantonne ces noms de façon parfois inintelligible.	Expérience répétée avec la séquence de comptage dans différents contextes.
2	**Réciteur** *Verbal* Compte à voix haute avec des mots séparés, pas nécessairement dans le bon ordre.	Fournir une expérience répétée et fréquente avec la séquence de comptage dans différents contextes. *Comptage et course* Les enfants comptent à voix haute avec l'ordinateur (jusqu'à 50) en ajoutant des voitures sur une piste de course, une à la fois.

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
3	**Réciteur** (10) *Verbal* Compte jusqu'à dix à voix haute, avec une certaine correspondance avec les objets.	*Comptage et mouvement* Demandez à tous les enfants de compter de 1 à 10 (ou jusqu'à un chiffre approprié), en faisant des mouvements avec chaque chiffre. Par exemple, en disant « un » [toucher la tête], « deux » [toucher les épaules], « trois » [toucher la tête], et ainsi de suite.
	Correspondant Conserve une correspondance d'un à un entre les mots de comptage et les objets (un mot par objet), au moins pour des groupes peu nombreux d'objets disposés sur une ligne.	*Compteur de cuisine* À l'ordinateur, les enfants cliquent sur des objets un à la fois, pendant que les chiffres de un à dix sont comptés à voix haute. Par exemple, ils cliquent sur des morceaux d'aliments et une bouchée de chacun d'eux est prise lorsque le morceau est compté.
4	**Compteur** (petits nombres) Compte avec exactitude des objets disposés sur une ligne jusqu'à 5, et répond à la question « combien » en disant le dernier nombre compté.	*Cubes dans la boîte* Demandez aux enfants de compter un petit ensemble de cubes. Les mettre dans une boîte et fermer le couvercle. Demandez ensuite à l'enfant combien de cubes ont été cachés. Si l'enfant est prêt, lui demander d'écrire le chiffre. Sortez les cubes de la boîte et comptez-les ensemble pour vérifier. *Pizza Pizzazz 2* Les enfants comptent des objets jusqu'à 5, en mettant le nombre demandé de garnitures sur une pizza.

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
	Producteur (petits nombres) Compte des objets jusqu'à 5. Reconnaît que le comptage est pertinent pour des situations où un certain nombre doit être indiqué.	*Comptage des mouvements*Lors de l'attente pendant les transitions, demandez aux enfants de compter le nombre de fois que vous sautez ou que vous tapez dans les mains, ou faites tout autre mouvement. Demandez-leur ensuite de répéter ces mouvements le même nombre de fois. Au début, comptez les mouvements avec les enfants. *Pizza Pizzazz 3* Les enfants ajoutent le nombre de garnitures demandé à une pizza imaginaire (jusqu'à 5).
5	**Compteur et producteur** (10+) Compte et compte à voix haute les objets jusqu'à 10 sans erreur, puis va plus loin (jusqu'à 30 environ). A acquis une compréhension explicite de la cardinalité (comment les chiffres indiquent le nombre). Garde le suivi des objets qui ont été comptés et de ceux qui ne l'ont pas été, même s'ils sont disposés différemment.	*Comptage de tours (au-delà de 10)* Pour permettre aux enfants de compter jusqu'à 120 et au-delà, demandez-leur de construire de tours avec des objets tels que des pièces de monnaie. Les enfants doivent construire une tour en allant le plus haut possible, en ajoutant des pièces de monnaie, sans redresser celles qui sont déjà dans la tour. L'objectif consiste à estimer puis à compter pour trouver le nombre de pièces de monnaie dans la tour la plus haute. *Boutique Dino 2* Les enfants ajoutent le nombre demandé de dinosaures dans une boîte.

En résumé, les trajectoires d'apprentissage décrivent les objectifs de l'apprentissage, les processus de pensée et d'apprentissage des enfants de différents niveaux, et les activités d'apprentissage auxquelles ceux-ci pourraient prendre part. Les gens ont souvent plusieurs questions à poser concernant les trajectoires d'apprentissage.

Orientations futures

Bien que les trajectoires d'apprentissage se soient avérées efficaces pour les programmes de premières mathématiques et pour le perfectionnement professionnel, [9,10] trop peu d'études ont comparé les différentes façons de les mettre en œuvre. En conséquence, leur rôle exact reste à être étudié. De plus, lors de la petite enfance, plusieurs trajectoires d'apprentissage, telles que celles relatives au comptage et à l'arithmétique, sont fondées sur un grand nombre d'études. Cependant, d'autres, telles que la création de motifs et les mesures, sont fondées sur un nombre d'études beaucoup moins important. De plus, il existe peu de lignes directrices relativement à de nombreux sujets mathématiques plus sophistiqués pour l'enseignement aux élèves plus âgés. Il s'agit là de défi à relever dans ce domaine.

Conclusions

Les trajectoires d'apprentissage sont prometteuses pour l'amélioration du perfectionnement professionnel et de l'enseignement dans le domaine des mathématiques précoces. Par exemple, les rares enseignants à avoir animé des discussions dans des classes de réforme des mathématiques ne considéraient pas qu'ils traversaient un programme d'études mais estimaient plutôt qu'ils aidaient les élèves à progresser d'un niveau de compréhension à l'autre.[11] De plus, les chercheurs suggèrent que le perfectionnement professionnel axé sur les trajectoires d'apprentissage permet non seulement d'augmenter les connaissances professionnelles des enseignants mais également la motivation et les résultats de leurs élèves.[12,13,14] En conséquence, les trajectoires d'apprentissage peuvent faciliter l'enseignement et l'apprentissage appropriés sur le plan du développement pour tous les enfants.

Note des auteurs :

Ce rapport est fondé sur des travaux appuyés en partie par la National Science Foundation, subvention nº ESI-9730804, octroyée à D. H. Clements et J. Sarama "Building Blocks—Foundations for Mathematical Thinking, Pre-Kindergarten to Grade 2: Research-based Materials Development" et en petite partie par l'Institute of Educational Sciences (U.S. Department of Education, sous l'égide de l'Interagency Educational Research Initiative, ou IERI, une collaboration de l'IES, de la NSF et de la NICHHD), subvention nº R305K05157 octroyée à D. H. Clements, J. Sarama, et J. Lee, "Scaling Up TRIAD: Teaching Early Mathematics for Understanding with Trajectories and Technologies." Les opinions, les résultats, les conclusions et les recommandations exprimés dans le présent document sont exclusivement ceux des auteurs et ne reflètent pas nécessairement la position des organismes de financement. Le programme évalué dans la présente étude a depuis été publié par les auteurs, qui ont donc un intérêt direct envers les résultats. Un vérificateur externe a supervisé la conception de l'étude, ainsi que la collecte et l'analyse des données, et cinq chercheurs ont confirmé de façon indépendante les résultats et les procédures. Les auteurs, indiqués par ordre alphabétique, ont chacun contribué à l'étude à parts égales.

Références

1. Clements DH, Sarama J, eds. Hypothetical learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning* 2004;6(2).
2. Clements DH, Conference Working Group. Part one: Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 1-72.
3. NCTM. *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematic; 2006.

4. United States. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development; 2008.
5. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester FK Jr, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007a: 461-555.
6. Sarama J, Clements DH. *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge; 2009.
7. Clements DH, Sarama J. *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge; 2009.
8. Clements DH, Sarama J. SRA real math building blocks. Teacher's resource guide pre K. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill; 2007b.
9. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008;45:443-494.
10. Sarama J, Clements DH, Starkey P, Klein A, Wakeley A. *Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies*. Journal of Research on Educational Effectiveness 2008;1:89-119.
11. Fuson KC, Carroll WM, Drueck JV. Achievement results for second and third graders using the Standards-based curriculum Everyday Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 2000;31:277-295.
12. Clarke BA. A shape is not defined by its shape: Developing young children's geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education* 2004;11(2):110-127.
13. Fennema EH, Carpenter TP, Frank ML, Levi L, Jacobs VR, Empson SB. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* 1996;27:403-434.
14. Wright RJ, Martland J, Stafford AK, Stanger G. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies*. London: Paul Chapman Publications/Sage; 2002.

Notes :

[a] Voir aussi le site Web Building Blocks. Disponible à l'adresse suivante : http://www.ubbuildingblocks.org. Consulté le 27 juillet 2010.

[b] Voir aussi le site Web TRIAD. Disponible à l'adresse suivante : http://www.ubtriad.org. Consulté le 27 juillet 2010.

Favoriser la numératie précoce en prématernelle et en maternelle

Arthur J. Baroody, Ph.D.

College of Education, University of Illinois at Urbana-Champaign, États-Unis

Juillet 2010

Introduction

La meilleure manière d'aider les élèves à apprendre les procédés d'addition à un chiffre (de base), tels que 3+4=7 et 9+5=14, et les procédés de soustraction connexes, tels que 7–3=4 et 14–9=5, fait depuis longtemps l'objet de débats (voir, p. ex., Baroody & Dowker,[1] particulièrement les chapitres 2, 3, 6 et 7). Cependant, on s'entend généralement pour dire que les enfants doivent développer la maîtrise des faits.[2] La maîtrise des procédés consiste à générer des sommes et des différences de façon <u>efficace</u> (avec rapidité et exactitude) et à appliquer ces connaissances de façon <u>appropriée</u> et <u>polyvalente</u>. Au cours des quatre dernières décennies, il est devenu de plus en plus clair que les connaissances mathématiques de tous les jours (informelles) des enfants constituent un fondement important pour l'apprentissage des mathématiques à l'école (formelles).[3,4,5] Par exemple, les études indiquent que le fait d'aider les enfants à développer leur perception des nombres peut favoriser la maîtrise des faits.[6,7,8,9] Le but du présent article consiste à résumer comment le développement d'une perception des nombres informelle avant la première année fourni les bases d'une aptitude gagnante pour maîtriser les procédés lors des années du primaire.

Questions clés pour la recherche

1. À quel moment les parents et les éducateurs de la petite enfance doivent-ils commencer (a) le processus consistant à encourager la perception des nombres et (b) les efforts visant à favoriser directement la maîtrise des procédés?
2. Quels sont les éléments préalables relatifs au développement que les enfants de prématernelle et de maternelle doivent apprendre afin de développer la maîtrise des procédés de façon efficace?
3. Quel est le rôle joué par le langage dans le développement de ces connaissances fondamentales?
4. Comment les parents et les éducateurs de la petite enfance peuvent-ils encourager de la façon la plus efficace possible la perception des nombres et la maîtrise des procédés?

Récents résultats de recherche

Question 1. Le processus consistant à aider les enfants à développer leur perception des nombres, qui représente les fondements de la maîtrise des procédés, peut et doit commencer pendant les années préscolaires. Les études récentes indiquent que les enfants commencent à développer très tôt leur perception des nombres. En fait, certains bambins âgés de seulement 18 mois et presque tous les enfants de 2 ans ont commencé à apprendre les éléments sur le plan du développement qui sont préalables à la maîtrise des procédés (p. ex., voir Baroody, Lai, & Mix,[3] pour une analyse).

La réussite des efforts consistant à encourager la maîtrise des procédés dépend du fait que l'on s'assure que l'enfant est prêt sur le plan du développement et qu'il n'est pas bousculé. Les études indiquent que des différences individuelles importantes sur le plan de la perception des nombres apparaissent dès l'âge de deux ou de trois ans et augmentent souvent avec l'âge;[3,10] il n'existe donc aucune règle ferme concernant le moment où devrait commencer une formation officielle relative à la maîtrise des faits. Cependant, pour de nombreux enfants, il est possible que même avec les sommes les plus simples (n+0 et n+1), une telle formation ne soit pas appropriée sur le plan du développement avant la fin de la maternelle ou le début de la première année.[11] Pour les enfants à risque d'échec sur le plan scolaire, il arrive souvent que même les sommes les plus simples n'aient aucun sens avant la première ou la deuxième année.[12]

Questions 2 et 3. Certaines études indiquent que le langage, sous la forme du nom des premiers nombres, joue un rôle clé dans le développement de la perception des nombres (pour obtenir une discussion détaillée, voir Baroody;[3] Mix, Sandhofer, & Baroody[13]). Plus spécifiquement, il peut fournir une base pour deux fondements de la perception précoce des nombres, c'est-à-dire le concept de nombre cardinal (le nombre total d'objets dans une collection) et l'aptitude de reconnaissance verbale des nombres, parfois appelée « subitisation (verbale) », illustrés en haut de la figure 1. La reconnaissance verbale des nombres consiste à percevoir de façon fiable et efficace le nombre d'objets dans des collections peu nombreuses et à désigner celui-ci par le bon nom. L'utilisation de « un », « deux », « trois », conjointement avec la visualisation d'exemples et de contre exemples de chacun peut aider les enfants de 2 et 3 ans à développer un concept de plus en plus fiable et exact des « nombres intuitifs » *un*, *deux* et *trois*, c'est-à-dire une compréhension du concept de un, de deux et de trois.

- En voyant ••, ΔΔ, et o o (des exemples de paires), toutes désignées par « deux », les jeunes enfants peuvent reconnaître que l'apparence des objets faisant partie des collections n'a aucune importance (la forme et la couleur ne sont pas pertinents pour le nombre). Cela peut également leur fournir un identifiant (« deux ») pour leur concept intuitif de *pluralité* (plus d'un objet).
- Le fait de voir •, •••, Δ, ΔΔΔ, , et (des contre exemples de paires) désignés comme n'étant « pas deux » ou avec le nom d'un autre nombre, peut les aider à définir les limites du concept de *deux*.

Les implications clés pour l'enseignement sont que la compréhension de base des nombres cardinaux n'est pas innée et qu'elle ne se développe pas automatiquement (cf. Dehaene[15]).[14,16] Les parents et les éducateurs de prématernelle sont importants pour fournir les expériences et la rétroaction nécessaires pour développer les concepts numériques. Ils devraient tirer parti des situations porteuses de sens qu'ils rencontrent tous les jours afin de nommer (et d'encourager les enfants) à nommer des collections peu nombreuses (p. ex., « Combien de pieds as-tu? » « Tu as donc besoin de deux chaussures, pas seulement d'une. » « Tu peux prendre un seul biscuit, mais pas deux. ») Certains enfants entrent en maternelle sans pouvoir reconnaître tous les nombres intuitifs. De tels enfants présentent un risque grave d'échec scolaire et ont besoin d'orthopédagogie intensive. À la maternelle, le dépistage doit vérifier si les enfants peuvent percevoir immédiatement des collections comptant entre un et trois objets et les distinguer de collections un peu plus nombreuses, comptant quatre ou cinq objets.

Comme l’illustre la **figure 1**, la co-évolution des concepts cardinaux des nombres intuitifs et l’aptitude à la reconnaissance visuelle des nombres peuvent jeter les bases de concepts et d’aptitudes variés concernant les nombres, le comptage et l’arithmétique. Ces aptitudes peuvent fournir les bases pour le comptage verbal significatif. La perception des nombres intuitifs peut aider les enfants à voir littéralement qu’une collection désignée par « deux » compte davantage d’objets qu’une collection désignée par « un », et qu’une collection désignée par « trois » compte davantage d’objets qu’une collection désignée par « deux ». Cette compréhension ordinale de base des nombres, à son tour, peut aider les enfants à comprendre que l’ordre du nom des nombres importe lors du comptage (le *principe d’ordre stable*) et que la séquence des noms des nombres (« un, deux, trois... ») désigne des collections de plus en plus importantes. Au fur et à mesure qu’un enfant se familiarise avec la séquence de comptage, il développe la capacité de commencer à n’importe quel point dans la séquence et à indiquer (de façon efficace) le nom du nombre suivant dans la séquence (aptitude relative au nombre suivant) au lieu de compter à partir de « un ».

La capacité de nommer automatiquement le nombre qui vient tout de suite après un autre nombre dans la séquence de comptage peut constituer le fondement de la perception du fait qu’ajouter « un » à un nombre produit un nombre plus grand et, ce qui est plus important, de la règle du nombre suivant pour les faits n+1/1+n. Lorsqu’« un » est ajouté, la somme représente le nombre suivant l’autre nombre dans la séquence de comptage (c.-à-d. que la somme de 7+1 correspond au nombre suivant « sept » lors du comptage, soit « huit »). Cette stratégie de raisonnement peut permettre aux enfants de déduire de façon efficace la somme de toute combinaison semblable pour laquelle ils connaissent la séquence de comptage, même celles que les enfants n’ont pas encore répétées, telles que les faits d’addition de grands nombres à plusieurs chiffres comme 28+1, 128+1 ou 1 000 128+1. Avec le temps, cette stratégie de raisonnement devient automatique : elle peut être appliquée de façon efficace, sans délibération (c.-à-d. elle devient un élément du réseau de récupération en mémoire). Autrement dit, elle devient le fondement de la maîtrise des procédés pour les combinaisons n+1/1+n.

La reconnaissance verbale des nombres, et le concept de cardinalité qu’elle représente, peut constituer un fondement pour le comptage significatif d’objets.[17] Les enfants qui peuvent reconnaître « un », « deux » et « trois » sont plus susceptibles de bénéficier des efforts des adultes visant à démontrer et enseigner le comptage d’objets que ceux qui ne le peuvent pas. Ils sont également plus susceptibles de reconnaître le but du comptage d’objets (une autre façon de déterminer le total d’une collection) et la justification des procédures de comptage d’objets (p. ex., la raison pour laquelle certaines personnes mettent l’accent sur le nom du dernier nombre utilisé lors du processus de comptage ou le répètent est qu’il représente le total de la collection). Le comptage significatif d’objets est nécessaire à l’invention de stratégies de comptage (avec des objets ou le nom des nombres), afin de déterminer les sommes et les différences. Au fur et à mesure que ces stratégies deviennent efficaces, l’attention est libérée et permet de découvrir des schémas et des relations; ces régularités mathématiques, à leur tour, peuvent devenir la base de stratégies de raisonnement (c.-à-d. le recours à des relations et à des procédés connus pour déduire la réponse à une combinaison inconnue). Au fur et à mesure que ces stratégies deviennent automatiques, elles peuvent devenir l’une des stratégies de récupération en mémoire qui permettront de produire des réponses de façon efficace à partir d’un réseau de mémoire ou de récupération en mémoire.

La reconnaissance verbale des nombres peut permettre à un enfant de voir qu’un plus un égalent deux, qu’un plus un plus un égalent trois, ou que deux plus un égalent trois, et le contraire (p. ex., trois égalent un plus un plus un ou deux plus un). L'enfant développe ainsi une compréhension de la composition et de la décomposition (un tout peut être bâti à partir d'éléments individuels ou décomposé en éléments individuels, souvent de différentes façons). Le fait de voir à de nombreuses reprises la composition et la décomposition de deux et de *trois* peut générer la maîtrise des procédés d'addition et de soustraction les plus simples (p. ex., « un plus un égalent deux », « deux plus un égalent trois », et « deux moins un égalent un »). La décomposition répétée de *quatre* et de *cinq*, avec de la rétroaction (p. ex., en désignant une collection de quatre comme étant « deux plus deux » et en entendant une autre personne confirmer que « oui, deux plus deux égalent quatre », peut générer une maîtrise des précédés jusqu'à cinq avec les sommes les plus simples, et représente une des façons de découvrir la règle du nombre suivant pour les combinaisons n+1/1+n (dont nous avons discuté précédemment).

Ensemble, le concept de cardinalité, la reconnaissance verbale des nombres et les concepts de composition et de décomposition peuvent fournir les fondements du développement d'un concept fondamental de l'addition et de la soustraction. Par exemple, en ajoutant un objet à une collection de deux objets, un enfant peut littéralement voir que la collection d'origine a été transformée en collection plus importante comptant *trois* objets. Ces compétences peuvent également fournir les fondements du développement d'une compréhension relativement concrète, et même relativement abstraite, des concepts arithmétiques suivants[18] :

- Concept de la négation soustractive Par exemple, quand les enfants reconnaissent que lorsqu'on a deux blocs et qu'on enlève deux blocs, il ne reste aucun bloc, ils peuvent en déduire que *tout nombre qui se soustrait lui-même ne laisse rien*.
- Concept d'identité additive et soustractive Par exemple, quand les enfants reconnaissent que lorsqu'on a deux blocs et qu'on n'en enlève aucun, il reste deux blocs, ils peuvent déduire la régularité selon laquelle si on n'enlève rien d'un nombre, celui-ci ne change pas. Les concepts de négation soustractive et d'identité soustractive peuvent fournir les fondements de la maîtrise des procédés avec les familles de faits de soustraction respectives n-n=0 et n-0=n.

En conséquence, une faible perception des nombres peut nuire au développement de la maîtrise des procédés et à d'autres aspects des réalisations mathématiques. Par exemple, Mazzocco et Thompson[19] ont constaté que le rendement des enfants d'âge présolaire sur les quatre éléments suivants du Test of Early Mathematics Ability – deuxième édition (TEMA-2) permettait de prédire quels enfants éprouveraient des difficultés en mathématiques en deuxième et en troisième années : le comptage significatif des objets (reconnaître que le dernier nombre utilisé lors du processus de comptage indique le total), la cardinalité, la comparaison de nombres d'un chiffre (p. ex., Lequel est le plus grand : quatre ou cinq?), l'addition mentale de nombres d'un chiffre et la lecture de nombres d'un chiffre. Notez que la reconnaissance verbale des nombres intuitifs est un fondement des trois premières aptitudes et un apprentissage significatif de la quatrième.

Question 4. La base consistant à aider les élèves à développer la perception des nombres en général et la maîtrise des faits en particulier crée des occasions leur permettant de découvrir des schémas et des relations. Par exemple, un enfant qui a appris les « doublons », tels que 5+5=10 et 6+6=12, d'une manière porteuse de sens (c.-à-d. l'enfant reconnaît que les sommes de cette famille sont toutes des nombres pairs), peut utiliser cette connaissance pour déduire les sommes de faits de doublons-plus-un inconnus, tels que 5+6 ou 7+6.

Afin d'être appropriées sur le plan du comportement, de telles occasions d'apprentissage doivent avoir un but, être porteuses de sens et être fondées sur le questionnement.[20]

- L'enseignement doit avoir un but et retenir l'attention des enfants. Cela peut être réalisé en intégrant l'enseignement à des jeux structurés (p. ex., un jeu consistant à lancer un dé peut aider les enfants à reconnaître les schémas réguliers entre un et six). Les leçons de musique et d'art peuvent servir de véhicules naturels pour la réflexion concernant les schémas, les nombres et les formes (p. ex., battre un rythme de deux ou trois, dessiner des groupes de ballons). Les parents et les enseignants peuvent tirer parti de nombreuses situations de tous les jours (p. ex., « Combien de pieds as-tu? ... Donc, combien de chaussettes faut-il sortir du tiroir? » Les questions des enfants peuvent représenter une source importante d'enseignement.
- L'enseignement doit être porteur de sens pour les enfants, et doit développer petit à petit ce qu'ils connaissent déjà (et y être lié). Un objectif significatif pour les adultes travaillant avec des enfants de deux ans est de faire reconnaître « deux » aux enfants. Le fait de les pousser trop rapidement à reconnaître des nombres plus importants, tel que *quatre*, peut être accablant et faire en sorte qu'ils se découragent (qu'ils deviennent inattentifs ou agressifs, qu'ils devinent n'importe quoi, ou qu'ils se désintéressent de l'activité).
- Dans la mesure du possible, l'enseignement doit être fondé sur l'interrogation ou susciter la réflexion. Au lieu de simplement donner des informations aux enfants, les parents et les enseignants doivent donner aux enfants l'occasion de réfléchir à un problème ou à une tâche, de conjecturer (faire des hypothèses bien fondées), de concevoir leur propre stratégie ou de déduire leur propre réponse.

Les différents éléments ci-dessus sont illustrés par les cas d'Alice[21] et de Lukas.[22]

- *Le cas d'Alice.* Depuis plusieurs mois, la fillette de deux ans et demi pouvait reconnaître un, deux ou trois objets. Ses parents souhaitaient donc élargir ses connaissances jusqu'au nombre quatre, qui était tout près de ses compétences. Au lieu de simplement désigner des collections de quatre objets pour elle, ils l'ont interrogée concernant des collections de quatre objets. Alice réagissait souvent en décomposant les collections qu'elle ne reconnaissait pas en deux collections familières de deux objets chacun. Ses parents développaient alors sa réponse en lui disant, « Deux plus deux égalent quatre. » À 30 mois, *lorsqu'on lui montra l'image de quatre chiots, Alice posa deux doigts de la main gauche sur deux chiots et dit : « Deux. » Tout en maintenant cette position, elle posa deux doigts de la main droite sur les deux autres chiots et dit : « Deux ». Elle eut ensuite recours à la relation connue « 2 plus 2 égalent 4 » (que ses parents lui avaient apprise) pour spécifier la cardinalité de la collection*.
- *Le cas de Lukas.* Dans le cadre d'un jeu de mathématiques sur ordinateur, la question 6+6 fut présentée à Lukas. Celui-ci détermina la somme en comptant. Peu après, la question 7+7 lui fut posée. Il sourit et

répondit, « Treize. » Lorsque l'ordinateur lui indiqua que la somme était en fait 14, il sembla perplexe. Quelques questions plus tard, la question 8+8 lui fut posée, et il remarqua : « J'allais dire 15, parce que 7+7 égalaient 14. Mais auparavant 6+6 égalaient 12, j'étais certain que 7+7 égalaient 13 mais c'était 14. Alors je vais dire que 8+8 égalent 16. »

Orientations futures

Il en reste encore beaucoup à apprendre concernant le développement des mathématiques chez les enfants d'âge préscolaire. L'aptitude à la reconnaissance verbale des nombres à deux ans permet-elle de prédire s'il sera prêt pour la maternelle la maternelle ou s'il réussira bien académiquement en mathématiques? Dans l'affirmative, une intervention ciblée sur les exemples et sur les contre exemples permet-elle aux enfants à risque d'échec scolaire de rattraper leurs camarades? Quels autres concepts ou quelles autres aptitudes, à l'âge de deux ou de trois ans, permettent de prédire s'il sera prêt pour la maternelle ou s'il réussira bien académiquement en mathématiques? Quelle est l'efficacité des programmes de mathématiques pour la petite enfance qui sont actuellement en cours de développement?

Conclusions

Contrairement aux convictions de bon nombre d'éducateurs de la petite enfance, l'enseignement des mathématiques pour les enfants ayant aussi peu que deux ans est sensé.[23,24,25,26] Tel que l'illustre clairement la **figure 1**, l'enseignement doit commencer par aider les enfants à développer un concept cardinal des nombres intuitifs, ainsi que l'aptitude à reconnaître et à désigner des ensembles d'un à trois objets au moyen du nom du nombre approprié. Comme l'illustre également la figure 1, ces aspects de la connaissance des nombres sont des éléments clés pour la numératie par la suite et sont souvent absents chez les enfants présentant des déficiences en mathématiques.[27] L'enseignement précoce ne signifie pas d'imposer des connaissances aux enfants d'âge préscolaire, de les faire répéter avec des cartes-éclair, ou de leur faire apprendre par cœur des procédés arithmétiques. L'encouragement de la perception des nombres et de la maîtrise des faits est axé sur le fait d'aider les enfants à découvrir les schémas et les relations et de les encourager à inventer leurs propres stratégies de raisonnement.

Figure 1 : Trajectoire d'apprentissage de concepts et d'aptitudes clés en matière de nombres, de comptage et d'arithmétique

L'étude décrite a été partiellement financée par une subvention de la National Science Foundation (BCS-0111829), de la Spencer Foundation (Major Grant 200400033), des National Institutes of Health (1 R01 HD051538-01) et de l'Institute of Education Science (R305K050082). Les opinions exprimées dans le présent manuscrit sont exclusivement celles de l'auteur et ne reflètent pas nécessairement la position ou les politiques des institutions susmentionnées ou ne bénéficient pas nécessairement de leur aval.

Références

1. Baroody AJ, Dowker A. The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise. In: Schoenfeld A, ed. *Studies in mathematics thinking and learning series*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2003.
2. Kilpatrick J, Swafford J, Findell B, eds. *Adding it up: Helping children learn mathematic*s. Washington, DC: National Academy Press; 2001.

3. Baroody AJ, Lai ML, Mix KS. The development of number and operation sense in early childhood. In: Saracho O, Spodek B, eds. *Handbook of research on the education of young children*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2006: 187-221.
4. Clements D, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 149-172.
5. Ginsburg HP, Klein A, Starkey P. The development of children's mathematical knowledge: Connecting research with practice. In: Sigel IE, Renninger KA, eds. *Child psychology in practice.* 5th Ed. New York, NY: Wiley & Sons; 1998; 401–476. *Handbook of child psychology*, vol 4.
6. Baroody AJ. Why children have difficulties mastering the basic number facts and how to help them. *Teaching Children Mathematics* 2006;13:22–31.
7. Baroody AJ, Thompson B, Eiland M. Fostering the fact fluency of grade 1 at-risk children. Paper presented at: The annual meeting of the American Educational Research Association. April, 2008. New York, NY.
8. Gersten R, Chard, D. Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education* 1999;33(1):18–28.
9. Jordan NC. The need for number sense. *Educational Leadership* 2007;65(2):63–66.
10. Dowker AD. *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove, England: Psychology Press; 2005.
11. Baroody AJ. The development of kindergartners' mental-addition strategies. *Learning and Individual Differences* 1992;4:215-235.
12. Baroody AJ, Eiland M, Thompson B. Fostering at-risk preschoolers' number sense. *Early Education and Development* 2009;20:80-120.
13. Mix KS, Sandhofer CM, Baroody AJ. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. In: Kail R, ed. *Advances in child development and behavior*, vol 33. New York, NY: Academic Press; 2005: 305-346.
14. Baroody AJ, Li X, Lai ML. Toddlers' spontaneous attention to number. *Mathematics Thinking and Learning* 2008;10:1-31.
15. Dehaene S. *The number sense*. New York, NY: Oxford University Press; 1997.
16. Wynn K. Numerical competence in infants. In; Donlan C, ed. *Development of mathematical skills.* Hove, England: Psychology Press; 1998: 1-25.
17. Benoit L, Lehalle H, Jouen F. Do young children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development* 2004;19:291–307.
18. Baroody AJ, Lai ML, Li X, Baroody AE. Preschoolers' understanding of subtraction-related principles. *Mathematics Thinking and Learning* 2009;11:41–60.
19. Mazzocco M, Thompson R. Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice* 2005;20:142-155.
20. Baroody AJ, Coslick RT. *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 1998.
21. Baroody AJ, Rosu L. Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations: The number sense view. In: Baroody AJ, Torbeyns T. chairs. Developing Adaptive Expertise in Elementary School Arithmetic. Symposium conducted at: The annual meeting of the American Educational Research Association. April, 2006. San Francisco, CA.
22. Baroody AJ. Fostering early number sense. Keynote address at: The Banff International Conference on Behavioural Science. March, 2008. Banff, Alberta.
23. Baroody AJ, Li X. Mathematics instruction that makes sense for 2 to 5 year olds. In: Essa EA, Burnham MM, eds. *Development and education: Research reviews from young children.* New York: The National Association for the Education of Young Children; 2009: 119-135.
24. Bredekamp S, Copple C. Developmentally appropriate practice in early childhood programs. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children; 1997.
25. Copley J, ed. *Mathematics in the early years, birth to five*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; 1999.
26. Copley J, ed. The young child and mathematics. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children; 2000.
27. Landerl K, Bevan A, Butterworth B. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9 year old students. *Cognition* 2004;93:99–125.

Enseignement des mathématiques aux enfants d'âge préscolaire

Jody L. Sherman-LeVos, Ph.D.

University of California, Berkeley, États-Unis

Décembre 2010

Introduction

L'enseignement des mathématiques à de jeunes enfants (EMJE) avant leur entrée à l'école primaire n'est pas une pratique nouvelle. En fait, cet enseignement existe sous diverses formes depuis des centaines d'années.[1] Ce qui a changé au cours du temps, ce sont les opinions quant aux raisons qui justifient l'importance de l'EMJE, aux buts que cet enseignement devrait chercher à atteindre et à la forme sous laquelle l'enseignement des mathématiques à un si jeune public doit se faire, s'il doit se faire.

Sujet et contexte de la recherche

L'EMJE est-il nécessaire?

Plusieurs experts de l'enfance, y compris des éducateurs et des chercheurs, sont préoccupés par la tendance récente à étendre l'éducation scolaire aux plus jeunes.[2] Cette tendance se manifeste par l'application aux niveaux préscolaires de programmes qui étaient réservés officiellement aux enfants d'âge scolaire, accompagnée du focus sur les résultats obtenus aux évaluations[3] qui leur est caractéristique. Ce qui motive cette extension des programmes semble être d'ordre largement politique, l'accent étant de plus en plus mis sur la réussite précoce, l'amélioration des résultats aux tests et la réduction des écarts entre des minorités spécifiques et des groupes socioéconomiques.[4]

Malgré l’inquiétude générale liée à l’extension des programmes de niveau scolaire vers le niveau préscolaire, certains facteurs convaincants encouragent la présence d’au moins certains types d’enseignement des mathématiques pour les enfants d’âge préscolaire, du moins pour certains groupes de ces enfants. Comme l’indiquent Ginsburg et coll., apprendre les mathématiques est « une activité « naturelle » et qui convient aux jeunes enfants d’un point de vue développemental ».[1] De nombreux enfants élaborent des concepts simples sur l’espace, les quantités, les tailles, les motifs géométriques et les opérations par leurs interactions quotidiennes avec le monde. Malheureusement, tous les enfants n’ont pas les mêmes opportunités de bâtir ces concepts mathématiques informels mais fondateurs dans leurs vies quotidiennes. Ainsi, et parce que l’équité constitue un aspect extrêmement important de l’enseignement des mathématiques, l’EMJE paraît particulièrement pertinent pour les enfants qui appartiennent à des groupes marginalisés,[3] tels que les enfants qui ont des besoins particuliers, ceux qui apprennent la langue nationale comme langue supplémentaire (par ex. par la méthode « English-as-additional-language [EAL] ») et les enfants dont le statut socio-économique est faible et le foyer instable ou négligent.[4]

Résultats récents de la recherche

L’équité en matière d’éducation est un argument majeur en faveur de la présence de l’EMJE, mais un aspect qui est intimement lié à l’équité est le fait d’aider les jeunes esprits mathématiques à passer des concepts informels aux concepts formels des mathématiques, des concepts qui ont des noms, des principes et des règles. Le développement des concepts mathématiques chez les enfants se construit souvent à partir d’expériences informelles. On peut le représenter par des trajectoires d’apprentissage[5] qui mettent en relief la façon dont les compétences spécifiques en mathématiques se forment à partir des expériences antérieures et renseignent sur les étapes à venir. Par exemple, apprendre les noms, l’ordre et les quantités des « nombres intuitifs » un, deux et trois, reconnaître ces valeurs comme étant des ensembles d’objets et désigner les nombres par des mots ou comme des parties d’ensembles (p.ex., trois peut être formé de 2 et 1 ou de 1 + 1 + 1), peuvent aider les enfants à développer une compréhension des opérations simples.[6] Le fait de «mathématiser», ou d’offrir des expériences mathématiques adéquates en les enrichissant avec un vocabulaire mathématique, peut aider à relier la curiosité naturelle et précoce des enfants et leurs observations au sujet des mathématiques aux concepts qui seront vus plus tard à l’école.[3] Les résultats probants obtenus par les chercheurs leur permettent de suggérer que le raisonnement mathématique apparaît très tôt[1,6,7] et que l’EMJE peut aider les enfants à formaliser les concepts et à les relier à des concepts apparentés, tout en fournissant le vocabulaire et les systèmes de symboles nécessaires à la communication et à la traduction des mathématiques (voir en exemple l’article de Baroody).[6]

Il est possible que les raisons qui rendent l’EMJE important dépassent l’équité et la mathématisation. En analysant six études longitudinales, Duncan et coll.[8] ont découvert que les compétences en mathématiques des enfants lors de l’entrée à l’école prédisent plus fortement la performance académique ultérieure que les compétences attentionnelles, socio-émotionnelles ou en lecture. De la même façon, des difficultés précoces dans l’apprentissage des concepts mathématiques de base peuvent avoir des conséquences qui persisteront pendant toute la scolarité des enfants. Étant donné que les compétences en mathématiques sont particulièrement importantes pour participer de façon productive au monde moderne (Plata L, données non publiées, 2006)[9] et que des domaines mathématiques particuliers, tels que l’algèbre, peuvent ouvrir les portes de l’enseignement supérieur et élargir le choix de carrières,[10] l’accès à des expériences en mathématiques précoces, équitables et appropriées est d'une importance cruciale pour tous les jeunes enfants.

Qu'est-ce qu'un EMJE « adéquat »?

Les opinions diffèrent quant aux buts que devrait atteindre l'EMJE, sa composition et la façon dont on devrait l'intégrer dans la vie des enfants d'âge préscolaire. La quantité d'interventions ou d'enseignement proposée varie sur un continuum. Ce continuum présente à l'une de ses extrémités une approche de l'EMJE didactique, très directe et centrée sur l'enseignant et à l'autre extrémité, une approche non didactique, axée sur le jeu et centrée sur l'enfant.[4] Il est possible que chaque enfant et peut-être que différents groupes d'enfants puissent bénéficier des divers niveaux d'instruction sur le continuum; de nombreuses recherches sont encore à faire afin de mieux comprendre quelles sont les meilleures façons d'enseigner tous les aspects des mathématiques à tous les enfants. Le « Building Blocks » est un exemple de programme d'apprentissage des mathématiques destiné aux jeunes enfants qui est basé sur la recherche. Il s'agit d'un programme conçu pour soutenir et améliorer le développement de la pensée mathématique des enfants (c.-à-d., leurs trajectoires d'apprentissage) par les jeux vidéo, l'utilisation d'objets usuels (c.-à-d., d'objets que l'on peut manipuler, tels que des cubes) et l'écriture.[11] Le projet Building Blocks représente une tentative d'aligner le contenu et les activités pédagogiques avec les trajectoires d'apprentissage dans les domaines bien étudiés tels que le comptage. On ne comprend pas encore très bien les trajectoires d'apprentissage pour d'autres domaines tels que la création de motifs géométriques et les mesures.[5]

Ginsburg et coll.[1] ont décrit six composantes qui devraient faire partie de toutes les formes d'EMJE (p.ex., des programmes tels que le Building Blocks) : l'environnement, le jeu, l'enseignement spontané, des projets, un programme d'études et l'enseignement intentionnel. Par exemple, quel que soit l'endroit du continuum didactique-ludique où se situe un programme particulier de mathématiques, l'environnement est une composante vitale de l'éducation précoce. Précisément, le fait de fournir aux enfants d'âge préscolaire des matériaux qui inspirent la pensée mathématique, tels que des cubes, des formes et des casse-têtes, peut faciliter le développement des compétences de base telles que la création de motifs géométriques, le savoir faire des comparaisons et la numératie précoce. Une autre composante importante est celle de l'enseignement spontané. Celui-ci consiste à reconnaître et capitaliser sur les découvertes spontanées des enfants dans le domaine des mathématiques en posant des questions qui nécessitent que les enfants réfléchissent pour y répondre, en fournissant du vocabulaire et le support pour le représenter et en suggérant des activités qui prolongent l'enseignement en donnant plus de détails et en soutenant davantage les idées mathématiques.

Selon les articles publiés actuellement, le jeu serait la composante la plus populaire de l'EMJE. De nombreux partisans de l'apprentissage par le jeu prétextent que les enfants apprennent beaucoup lorsqu'ils découvrent d'eux-mêmes des idées mathématiques dans des situations naturelles ou minimalement forcées.[12,13] Certains avancent que le jeu disparait dans les écoles pré-maternelles en réaction à l'extension vers le bas de l'éducation scolaire et des examens.[14] Ces mêmes auteurs fournissent des données indiquant que les enfants, pendant leurs premières années d'études (y compris ceux qui fréquentent les garderies), passent actuellement beaucoup plus de temps à préparer des examens qu'à pratiquer des activités axées sur le jeu.[4] Il semble même que de nombreux jouets éducatifs soient conçus davantage pour favoriser un apprentissage précoce des concepts académiques (c.-à-d., la littératie pour les trottineurs) que pour l'apprentissage par le jeu en soi. Les opinions des parents sur l'importance de l'éducation précoce pour la réussite académique ultérieure sont peut-être en partie responsables de cette approche. Beaucoup de recherches restent à faire sur l'impact des jouets éducatifs, de la technologie, du jeu (ou de son manque) et des divers programmes d'EMJE sur le développement mathématique des enfants d'âge préscolaire.

Lacunes de la recherche et implications

Quels sont les obstacles à une éducation précoce efficace?

Plusieurs facteurs compliquent l'enseignement des mathématiques aux enfants d'âge préscolaire, y compris la pression politique (c.-à-d., les résultats scolaires, le financement, les diverses normes des programmes), les différences individuelles parmi ces enfants (c.-à-d. que, sur le plan individuel, les enfants pourraient profiter de différentes possibilités en matière de mathématiques), les différences idéologiques concernant l'éducation (c-à-d. le continuum didactique-ludique) et les lacunes de la recherche sur le développement (c.-à-d., les trajectoires d'apprentissage peu documentées pour certains concepts mathématiques). D'autres obstacles compliquent l'EMJE en affectant la mise en œuvre de l'enseignement des mathématiques (quel que soit le curriculum), tels que les craintes des enseignants ou leurs idées fausses sur les mathématiques. Malheureusement, de nombreux éducateurs en milieu préscolaire n'ont pas suivi de formation directement reliée aux mathématiques à l'intention des jeunes enfants (Plata L., données non publiées, 2006). Les enseignants doivent être au fait de ce que savent les enfants, connaître la façon dont les enfants apprennent de nouveaux concepts, connaître la plupart des stratégies d'enseignement efficaces ainsi que les concepts mathématiques eux-mêmes (Plata L., données non publiées, 2006).[3] Améliorer les possibilités de formation en mathématiques des éducateurs en milieu préscolaire pourrait aider à offrir un meilleur enseignement en mathématiques aux jeunes enfants, tant sur le plan qualitatif que quantitatif.

Conclusion

Le débat autour de l'EMJE ne semble pas porter sur la possibilité que l'exposition précoce aux expériences et aux idées mathématiques soit importante; selon le consensus général, elle est importante. La question est plutôt de savoir comment, quand, pourquoi et pour qui devraient être présentées des approches particulières de l'EMJE. Les opinions divergent en ce qui concerne le jeu libre versus l'enseignement structuré, ou un curriculum particulier versus des occasions d'enseignement spontané. Malgré tout, comme les données probantes concernant le développement des idées mathématiques chez les très jeunes enfants (c.-à-d., les trajectoires d'apprentissage) s'accumulent, les tentatives d'aligner le développement cognitif avec les meilleures pratiques en matière d'enseignement (ou avec les meilleurs environnements pour favoriser les découvertes mathématiques naturelles) pourraient aider à ouvrir la voie à des expériences mathématiques équitables et appropriées pour tous les enfants d'âge préscolaire.

Références

1. Ginsburg HP, Lee JS, Boyd JS. Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Social Policy Report* 2008;223-23.
2. Elkind D. Foreword. In: Miller E, Almon J, eds. *Crisis in the kindergarten: Why children need to play in school*. College Park, MD: Alliance for Childhood; 2009: 9.
3. Clements DH. Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase A, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2004: 7-72.
4. Miller E, Almon J, eds. *Crisis in the kindergarten: Why children need to play in school*. College Park, MD: Alliance for Childhood; 2009:1-72.

5. Clements DH, Sarama J. Learning trajectories in early mathematics – sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*. London, ON: Canadian Language and Literacy Research Network; 2009: 1-7.
6. Baroody AJ. Fostering early numeracy in preschool and kindergarten. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*. London, ON: Canadian Language and Literacy Research Network; 2009: 1-9.
7. Sophian C. Numerical knowledge in early childhood. In: Tremblay RE, Barr RG, Peters RDeV, Boivin M, eds. *Encyclopedia on Early Childhood Development* [online]. Montreal, Quebec: Centre of Excellence for Early Childhood Development; 2009:1-7.
8. Duncan GJ, Dowsett CJ, Claessens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology* 2007;43:1428-1446.
9. Baroody AJ, Lai M, Mix KS. The development of young children's early number and operation sense and its implications for early childhood education. In: Spodek B, Olivia S, eds. *Handbook of research on the education of young children*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc; 2006:187-221.
10. Knuth EJ, Alibali MW, McNeil NM, Weinberg A, Stephens AC. Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equality and variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 2005;37:1-9.12.
11. Sarama J. Technology in early childhood mathematics: Building Blocks as an innovative technology-based curriculum. In: Clements DH, Saram J, DiBiase A, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2004: 361-375.
12. Polonsky L, Freedman D, Lesher S, Morrison K. *Math for the very young: A handbook of activities for parents and teachers*. New York, NY: John Wiley & Sons; 1995.
13. Seo K, Ginsburg HP. What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lesson from new research. In: Clements DH, Saram J, DiBiase A, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2004: 91-104.
14. Hirsh-Pasek K, Golinkoff RM, Berk LE, Singer DG. *A mandate for playful learning in preschool: Presenting the Evidence*. Oxford, UK: University Press; 2009