ENCYCLOPÉDIE
sur le développement
des jeunes enfants

Trajectoires d’apprentissage des premières mathématiques : séquences d’acquisition et d’enseignement

Douglas H. Clements, Ph.D., Julie Sarama, Ph.D.

Marsico Institute for Early Learning, College of Education, University of Denver, États-Unis

Août 2023, Éd. rév.

Introduction

Les enfants suivent des progressions du développement naturelles lors de leur apprentissage et de leur développement. Par exemple, les enfants apprennent d’abord à ramper puis à marcher, courir, sautiller et sauter avec une vitesse et une dextérité croissantes. De même, ils suivent des progressions du développement naturelles lors de l’apprentissage des mathématiques; ils apprennent les concepts et les aptitudes mathématiques d’une façon qui leur est propre.[1] Lorsque les éducateurs comprennent ces progressions du développement et qu’ils se fondent sur celles-ci pour établir une séquence d’activités, ils peuvent bâtir des environnements d’apprentissage enrichis sur le plan des mathématiques qui sont appropriés et efficaces sur le plan du développement. Ces chemins du développement constituent un élément principal d’une *trajectoire d’apprentissage.*

Questions clés pour la recherche

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

Les trajectoires d’apprentissage nous aident à répondre à plusieurs questions.

1. Quels buts devrions-nous établir?
2. Par où devrions-nous commencer, c’est-à-dire, quel est le niveau de développement des enfants?
3. Comment savons-nous quelle est notre prochaine étape?
4. Comment y parvenir?

Récents résultats de recherche

Récemment, les chercheurs sont arrivés à une entente de base concernant la nature des trajectoires d’apprentissage.[2] Les trajectoires d’apprentissage ont trois parties : a) un objectif mathématique; b) un chemin développemental le long duquel les enfants se développent pour atteindre l’objectif en question; et c) un ensemble d’activités pédagogiques, correspondant à chacun des niveaux de pensée le long de ce chemin, qui aident les enfants à développer des niveaux de pensée plus élevés. Penchons-nous sur chacune de ces trois parties.

Objectifs : les principales idées des mathématiques

La première partie d’une trajectoire d’apprentissage consiste en un *objectif mathématique*. Les objectifs concernent les *idées principales des mathématiques* : des groupes de concepts et d’aptitudes qui sont centraux et cohérents sur le plan mathématique, qui correspondent à la façon de penser des enfants, et qui génèrent un apprentissage futur. Ces grandes idées sont le fruit de plusieurs efforts nationaux.[3-6] Par exemple, une idée principale est le fait que *le comptage peut être utilisé pour trouver le nombre d’objets dans une collection. Une autre idée serait le fait que les formes géométriques peuvent être décrites, analysées, transformées et composées et décomposées en d'autres formes*. Il est important de savoir qu’il existe un bon nombre de ces idées principales et trajectoires d’apprentissage.

Progressions du développement : les chemins de l’apprentissage

La deuxième partie d’une trajectoire d’apprentissage comprend les niveaux de pensée, chacun étant plus sophistiqué que le précédent, par lequel la plupart des enfants progressent sur la voie de la réalisation de l’objectif mathématique. Autrement dit, la progression développementale décrit un chemin normal suivi par les enfants lorsqu’ils développent leur compréhension et leurs

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

aptitudes concernant le sujet mathématique en question. Le développement des aptitudes en mathématiques commence dès le plus jeune âge. Les jeunes enfants possèdent, dès la naissance, certaines compétences de nature mathématique relatives au nombre, à la perception spatiale et aux motifs.[1,4]

Cependant, les idées des jeunes enfants et leur interprétation des situations sont particulièrement différentes de celles des adultes. Pour cette raison, les éducateurs de la petite enfance s'assurent que les enfants « voient » les situations, les problèmes ou les solutions comme ils le font. Les enseignants interprètent plutôt ce que fait et pense l'enfant ; ils tentent de voir la situation selon le point de vue de l'enfant. De même, lorsque ces enseignants sont en interaction avec l'enfant, ils considèrent également les activités pédagogiques et leurs propres actes à travers les yeux de l'enfant. Pour ces raisons, l'enseignement à la petite enfance est une tâche aussi exigeante que gratifiante.

Les trajectoires d'apprentissage fournissent des identifiants et des descriptions simples pour chaque niveau de réflexion dans tous les domaines mathématiques. Le tableau 1 illustre une partie de la trajectoire d'apprentissage pour le comptage. La colonne Progression développementale fournit un identifiant et une description pour chaque niveau. Il est important de noter que les âges indiqués dans la première colonne sont approximatifs. Sans expérience, certains enfants peuvent avoir des années de recul sur cet âge moyen. Par contre, une éducation de qualité supérieure peut permettre aux enfants de dépasser considérablement ces moyennes. (Pour avoir un aperçu complet des trajectoires d'apprentissage dans tous les domaines des mathématiques y compris les recherches sur lesquelles elles sont basées, voir les références[1,7] ainsi que LearningTrajectorie.org].

Activités pédagogiques : les chemins de l'enseignement

La troisième partie d'une trajectoire d'apprentissage comprend un ensemble de stratégies et d'activités pédagogiques correspondant à chacun des niveaux de pensée dans la progression développementale, conçues pour aider les enfants à apprendre les idées et les aptitudes nécessaires pour atteindre ce niveau de pensée. C'est-à-dire qu'en tant qu'enseignants, nous pouvons avoir recours à ces stratégies et activités pour favoriser le passage des enfants d'une colonne à l'autre. La troisième colonne du tableau 1 indique des exemples.

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

Tableau 1. Échantillon d’exemples tirés de la trajectoire d’apprentissage relative au comptage [Voir références[1,7] ainsi que LearningTrajectorie.org].

Âge	Progression développementale	Activités pédagogiques
1 an	**Pré-compteur : éléments de base.** Pas de comptage à voix haute, mais nomme certains noms de nombre. **Chantonneur** Répète en chantonnant des noms de nombre parfois inintelligibles.	Associer le nom des nombres avec des petites quantités (voir « Subitizing » dans les ressources) et compter à voix haute pour le plaisir (p. ex., en montant les escaliers).
2	**Réciteur** Compte à voix haute avec des mots séparés, pas nécessairement dans le bon ordre.	Fournir une expérience répétée et fréquente avec la séquence de comptage dans différents contextes. *Comptage et course.* Les enfants comptent à voix haute avec l’ordinateur (jusqu’à 50) en ajoutant des voitures sur une piste de course, une à la fois.
3	**Réciteur (10)** Compte jusqu’à dix à voix haute, avec une certaine correspondance avec les objets.	*Comptage et mouvement.* Demandez à tous les enfants de compter de 1 à 10 (ou jusqu’à un chiffre approprié), en faisant des mouvements avec chaque chiffre. Par exemple, en disant « un » [toucher la tête], « deux » [toucher les épaules], « trois » [toucher la tête], et ainsi de suite.

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

Âge	Progression développementale	Activités pédagogiques
	Correspondant Conserve une correspondance d'un à un entre les mots de comptage et les objets (un mot par objet), au moins pour des groupes peu nombreux d'objets disposés sur une ligne.	*Baguette à compter.* Les enfants utilisent une baguette à compter pour compter le nombre d'enfants dans un groupe en se concentrant sur la correspondance 1 à 1.
4	**Compteur** (petits nombres) Compte avec exactitude des objets disposés sur une ligne jusqu'à 5, et répond à la question « combien » en disant le dernier nombre compté.	*Cubes dans la boîte.* Demandez aux enfants de compter un petit ensemble de cubes. Les mettre dans une boîte et fermer le couvercle. Demandez ensuite à l'enfant combien de cubes ont été cachés. Si l'enfant est prêt, lui demander d'écrire le chiffre. Sortez les cubes de la boîte et comptez-les ensemble pour vérifier.
	Producteur (petits nombres) Compte des objets jusqu'à 5. Reconnaît que le comptage est pertinent pour des situations où un certain nombre doit être indiqué.	*Comptage des mouvements.* Lors de l'attente pendant les transitions, demandez aux enfants de compter le nombre de fois que vous sautez ou que vous tapez dans les mains, ou faites tout autre mouvement. Demandez-leur ensuite de répéter ces mouvements le même nombre de fois. Au début, comptez les mouvements avec les enfants.

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

Âge	Progression développementale	Activités pédagogiques
5	**Compteur et producteur** (10+) Compte et compte à voix haute les objets jusqu'à 10 sans erreur, puis va plus loin (jusqu'à 30 environ). A acquis une compréhension explicite de la cardinalité (comment les chiffres indiquent le nombre). Garde le suivi des objets qui ont été comptés et de ceux qui ne l'ont pas été, même s'ils sont disposés différemment.	*Comptage de tours (au-delà de 10).* Pour permettre aux enfants de compter jusqu'à 120 et au-delà, demandez-leur de construire de tours avec des objets tels que des pièces de monnaie. Les enfants doivent construire une tour en allant le plus haut possible, en ajoutant des pièces de monnaie, sans redresser celles qui sont déjà dans la tour. L'objectif consiste à estimer puis à compter pour trouver le nombre de pièces de monnaie dans la tour la plus haute.

En résumé, les trajectoires d'apprentissage décrivent les objectifs de l'apprentissage, les processus de pensée et d'apprentissage des enfants de différents niveaux, et les activités d'apprentissage auxquelles ceux-ci pourraient prendre part. Les gens ont souvent plusieurs questions à poser concernant les trajectoires d'apprentissage.

Comment les niveaux de développement de Trajectoires d'apprentissage soutiennent-ils l'enseignement et l'apprentissage? Les niveaux permettent aux enseignants de comprendre le système de pensée des enfants et ainsi mieux créer, modifier et ordonner des activités. Les enseignants qui intègrent les trajectoires d'apprentissage sont plus efficaces, performants, et rendent les mathématiques captivantes pour les enfants. Lorsqu'ils planifient adéquatement l'enseignement des mathématiques informelles et en encouragent l'apprentissage ancré dans le quotidien, les enseignants aident les enfants à acquérir des connaissances ancrées et de niveau approprié.

Il y a des catégories d'âges dans les Trajectoires d'apprentissage. Devrais-je concevoir le plan d'apprentissage pour aider les enfants à atteindre seulement les niveaux correspondant à leurs âges? Les âges dans le tableau servent d'indication pour les âges durant lesquels ces notions sont typiquement développées. Ils servent de repères : le développement de chaque enfant varie énormément. Certains enfants atteignent des niveaux plus avancés par le biais d'une éducation de haute qualité. Ce sont donc des niveaux approximatifs, et non des objectifs, qui sont proposés pour orienter les éducateurs. Les enfants qui reçoivent une éducation de haute qualité en

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

mathématiques peuvent développer des aptitudes correspondant à celles d'un groupe d'âge plus avancé d'un an, voire plus.

Y a-t-il d'autres façons que les activités ou tâches pédagogiques pour inculquer aux enfants des niveaux de pensée supérieurs? Oui, il y en a de nombreuses autres. Toutefois, des résultats de recherche démontrent que ces méthodes sont particulièrement efficaces dans certains cas. En d'autres cas, ce sont plutôt des exemples du genre d'activités qui seraient appropriées pour atteindre le niveau de pensée en question. Les enseignants peuvent enrichir leur enseignement du contenu de diverses stratégies pédagogiques, que ce soit dans la présentation des activités, dans leur manière d'aider les enfants au cours de celles-ci, et toutes autres facettes de leur pratique.

Orientations futures

Bien que les trajectoires d'apprentissage se soient avérées efficaces pour les programmes de premières mathématiques et pour le perfectionnement professionnel,[8-10] il en reste encore beaucoup à apprendre, comme les trajectoire d'apprentissage des élèves plus âgés. De plus, lors de la petite enfance, plusieurs trajectoires d'apprentissage, telles que celles relatives au comptage et à l'arithmétique, sont fondées sur un grand nombre d'études. Cependant, d'autres, telles que la création de motifs, sont fondées sur un nombre d'études beaucoup moins important. Il s'agit là de défis à relever dans ce domaine.

Conclusions

Les trajectoires d'apprentissage représentent une avenue prometteuse pour l'amélioration du développement professionnel et de l'éducation des premières mathématiques.[8,11,12] Les chercheurs vont plus loin encore, et suggèrent que le développement professionnel axé sur les trajectoires d'apprentissage n'améliore pas seulement les connaissances professionnelles des enseignants, il rehausse aussi la motivation et le succès des élèves.[8,13-15] Les trajectoires d'apprentissage peuvent ainsi rendre accessible à tous les enfants un enseignement captivant et approprié à leur développement.

Note des auteurs :

Cette étude a été possible grâce au soutien de l'Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education, à travers les subventions nº R305A120813, nº R305K05157 nº R305A110188. Les

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE

opinions exprimées ici sont ceux des auteurs et ne représentent pas ceux du U.S. Department of Education.

Références

1. Clements DH, Sarama J. *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. 3rd ed. New York, NY: Routledge; 2020.

2. Maloney AP, Confrey J, Nguyen KH, eds. *Learning over time: Learning trajectories in mathematics education*. New York, NY: Information Age Publishing; 2014.

3. Clements DH, Sarama J, DiBiase A-M. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers; 2004.

4. Cross CT, Woods TA, Schweingruber H. *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington DC: National Research Council of the National Academics; 2009.

5. NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; 2000.

6. NGA/CCSSO. *Common core state standards.* Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers; 2010.

7. Sarama J, Clements DH. *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge; 2009.

8. Clements DH, Sarama J, Layzer C, Unlu F. Implementation of a scale-up model in early childhood: Long-term impacts on mathematics achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*. 2023;54(1):64-88.

9. Sarama J, Clements DH, Guss SS. Longitudinal evaluation of a scale-up model for professional development in early mathematics. In: Dunekacke S, Jegodtka A, Koinzer T,

Eilerts K, Jenßen L, eds. *Early childhood teachers‘ professional competence in mathematics*. London, England: Routledge: 2022:163-186.

10. Dumas DG, McNeish D, Sarama J, Clements DH. Preschool mathematics intervention can significantly improve student learning trajectories through elementary school. *AERA Open*. 2019;5(4):1-5.

11. Clements DH, Sarama J, Baroody AJ, Joswick C. Efficacy of a learning trajectory approach compared to a teach-to-target approach for addition and subtraction. *ZDM Mathematics Education*. 2020;52(4):637-648.

12. Verschaffel L, Bojorquea G, Torbeyns J, Van Hoof J. Persistence of the Building Blocks’ impact on Ecuadorian children’s early numerical abilities. In: *Proceedings of the EARLI 2019*. Aachen University, Germany:10-16.

13. Clarke BA. A shape is not defined by its shape: Developing young children’s geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education.* 2004;11(2):110-127.

14. Fennema EH, et al. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 1996;27:403-434.

15. Wright RJ, Martland J, Stafford AK, Stanger G. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies*. London: Sage Publications; 2002.

©2023-2026 ABILIO | NUMÉRATIE