

Trajectoires d'apprentissage des premières mathématiques : séquences d'acquisition et d'enseignement

Douglas H. Clements, Ph.D., Julie Sarama, Ph.D.

Graduate School of Education, University at Buffalo, États-Unis, The State University of New York
at Buffalo, États-Unis

Juillet 2010

Introduction

Les enfants suivent des progressions du développement naturelles lors de leur apprentissage et de leur développement. Pour citer un exemple simple, les enfants apprennent d'abord à ramper avant de marcher, de courir, de sautiller puis de sauter avec une vitesse et une dextérité croissantes. De même, ils suivent des progressions du développement naturelles lors de l'apprentissage des mathématiques; ils apprennent les concepts et les aptitudes mathématiques d'une façon qui leur est propre. Lorsque les éducateurs comprennent ces progressions du développement et qu'ils se fondent sur celles-ci pour établir une séquence d'activités, ils peuvent bâtir des environnements d'apprentissage enrichis sur le plan des mathématiques qui sont

appropriés et efficaces sur le plan du développement. Ces chemins du développement constituent un élément principal d'une *trajectoire d'apprentissage*.

Questions clés pour la recherche

Les trajectoires d'apprentissage nous aident à répondre à plusieurs questions.

1. Quels objectifs devrions-nous établir?
2. Où devrions-nous commencer?
3. Comment savons-nous quelle est notre prochaine étape?
4. Comment y parvenir?

Récents résultats de recherche

Récemment, les chercheurs sont arrivés à une entente de base concernant la nature des trajectoires d'apprentissage.¹ Les trajectoires d'apprentissage ont trois parties : a) un objectif mathématique; b) un chemin développemental le long duquel les enfants se développent pour atteindre l'objectif en question; et c) un ensemble d'activités ou de tâches pédagogiques, correspondant à chacun des niveaux de pensée le long de ce chemin, qui aident les enfants à développer des niveaux de pensée plus élevés. Penchons-nous sur chacune de ces trois parties.

Objectifs : les principales idées des mathématiques

La première partie d'une trajectoire d'apprentissage consiste en un *objectif mathématique*. Nos objectifs sont les *idées principales des mathématiques* : des groupes de concepts et d'aptitudes qui sont centraux et cohérents sur le plan mathématique, qui correspondent à la façon de penser des enfants, et qui génèrent un apprentissage futur. Ces idées principales sont tirées de plusieurs projets importants, y compris ceux du National Council of Teachers of Mathematics et du National Math Panel.^{2,3,4} Par exemple, une idée principale est le fait que *le comptage peut être utilisé pour trouver le nombre d'objets dans une collection. Une autre idée serait le fait que les formes géométriques peuvent être décrites, analysées, transformées et composées et décomposées en d'autres formes*. Il est important de savoir qu'il existe un bon nombre de ces idées principales et trajectoires d'apprentissage; selon la manière dont elles sont classées, il en existe une douzaine.

Progressions du développement : les chemins de l'apprentissage

La deuxième partie d'une trajectoire d'apprentissage comprend les niveaux de pensée, chacun étant plus sophistiqué que le précédent, qui mènent à la réalisation de l'objectif mathématique. Autrement dit, la progression développementale décrit un chemin normal suivi par les enfants lorsqu'ils développent leur compréhension et leurs aptitudes concernant le sujet mathématique en question. Le développement des aptitudes en mathématiques commence dès le plus jeune âge. Les jeunes enfants possèdent, dès la naissance, certaines compétences de nature mathématique relatives au nombre, à la perception spatiale et aux motifs.^{5,6}

Cependant, les idées des jeunes enfants et leur interprétation des situations sont particulièrement différentes de celles des adultes. Pour cette raison, les bons éducateurs de la petite enfance s'assurent que les enfants « voient » les situations, les problèmes ou les solutions comme le font les adultes. Les bons enseignants interprètent plutôt ce que fait et pense l'enfant : ils tentent de voir la situation selon le point de vue de l'enfant. De même, lorsque ces enseignants sont en interaction avec l'enfant, ils considèrent également les tâches pédagogiques et leurs propres actes selon le point de vue de l'enfant. Pour ces raisons, l'enseignement à la petite enfance est une tâche aussi exigeante que gratifiante.

Les trajectoires d'apprentissage que nous avons créées dans le cadre des projets Building Blocks^a et TRIAD^b fournissent des identifiants simples pour chaque niveau de réflexion de chaque trajectoire d'apprentissage. Le tableau 1 illustre une partie de la trajectoire d'apprentissage pour le comptage. La colonne Progression développementale fournit un identifiant et une description pour chaque niveau, ainsi qu'un exemple de la façon de penser et du comportement des enfants. Il est important de noter que les âges indiqués dans la première colonne sont approximatifs. Sans expérience, certains enfants peuvent avoir des années de recul sur cet âge moyen. Par contre, une éducation de qualité supérieure peut permettre aux enfants de dépasser considérablement ces moyennes. En guise d'exemple, les enfants de 4 ans dans notre programme Building Blocks atteignent ou dépassent le niveau « 5 ans » dans la plupart des trajectoires d'apprentissage, y compris le comptage. (Pour avoir un aperçu complet des trajectoires d'apprentissage dans tous les domaines des mathématiques, voir Clements & Sarama;⁷ Sarama & Clements.⁶ Ces études examinent également les importants travaux de recherche sur lesquels toutes les trajectoires d'apprentissage sont fondées.)

Tâches pédagogiques : les chemins de l'enseignement

La troisième partie d'une trajectoire d'apprentissage comprend un ensemble de tâches

pédagogiques, correspondant à chacun des niveaux de pensée dans la progression développementale. Ces tâches sont conçues pour aider les enfants à apprendre les idées et les aptitudes nécessaires pour atteindre ce niveau de pensée. C'est-à-dire qu'en tant qu'enseignants, nous pouvons avoir recours à ces tâches pour favoriser le passage des enfants d'une colonne à l'autre. La troisième colonne du tableau 1 indique des exemples de tâches. (Ici encore, la trajectoire d'apprentissage complète décrite dans Clements & Sarama^{6,7} comprend non seulement tous les niveaux de développement mais également plusieurs tâches pédagogiques pour chaque niveau.)

Tableau 1. Exemples tirés de la trajectoire d'apprentissage relative au comptage (tous les exemples proviennent des textes de Clements & Sarama,⁸ Clements & Sarama,⁷ Sarama & Clements⁶).

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
1 an	Pré-compteur <i>Verbal</i> Pas de comptage à voix haute.	Associer le nom des nombres avec des quantités et comme composants de la séquence de comptage.
	Chantonneur <i>Verbal</i> Répète le nom des nombres d'une voix chantante ou chantonne ces noms de façon parfois inintelligible.	Expérience répétée avec la séquence de comptage dans différents contextes.
2	Réciteur <i>Verbal</i> Compte à voix haute avec des mots séparés, pas nécessairement dans le bon ordre.	Fournir une expérience répétée et fréquente avec la séquence de comptage dans différents contextes. <i>Comptage et course</i> Les enfants comptent à voix haute avec l'ordinateur (jusqu'à 50) en ajoutant des voitures sur une piste de course, une à la fois.

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
3	<p>Réciteur (10) <i>Verbal</i> Compte jusqu'à dix à voix haute, avec une certaine correspondance avec les objets.</p> <p>Correspondant Conserve une correspondance d'un à un entre les mots de comptage et les objets (un mot par objet), au moins pour des groupes peu nombreux d'objets disposés sur une ligne.</p>	<p><i>Comptage et mouvement</i> Demandez à tous les enfants de compter de 1 à 10 (ou jusqu'à un chiffre approprié), en faisant des mouvements avec chaque chiffre. Par exemple, en disant « un » [toucher la tête], « deux » [toucher les épaules], « trois » [toucher la tête], et ainsi de suite.</p> <p><i>Compteur de cuisine</i> À l'ordinateur, les enfants cliquent sur des objets un à la fois, pendant que les chiffres de un à dix sont comptés à voix haute. Par exemple, ils cliquent sur des morceaux d'aliments et une bouchée de chacun d'eux est prise lorsque le morceau est compté.</p>

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
4	<p>Compteur (petits nombres) Comptez avec exactitude des objets disposés sur une ligne jusqu'à 5, et répondez à la question « combien » en disant le dernier nombre compté.</p>	<p><i>Cubes dans la boîte</i> Demandez aux enfants de compter un petit ensemble de cubes. Les mettre dans une boîte et fermer le couvercle. Demandez ensuite à l'enfant combien de cubes ont été cachés. Si l'enfant est prêt, lui demander d'écrire le chiffre. Sortez les cubes de la boîte et comptez-les ensemble pour vérifier.</p> <p><i>Pizza Pizzazz 2</i> Les enfants comptent des objets jusqu'à 5, en mettant le nombre demandé de garnitures sur une pizza.</p>

Âge

Progression développementale

Tâches pédagogiques

Producteur (petits nombres) Comptez des objets jusqu'à 5. Reconnaît que le comptage est pertinent pour des situations où un certain nombre doit être indiqué.

Comptage des mouvements
Lors de l'attente pendant les transitions, demandez aux enfants de compter le nombre de fois que vous sautez ou que vous tapez dans les mains, ou faites tout autre mouvement. Demandez-leur ensuite de répéter ces mouvements le même nombre de fois. Au début, comptez les mouvements avec les enfants.

Pizza Pizzazz 3 Les enfants ajoutent le nombre de garnitures demandé à une pizza imaginaire (jusqu'à 5).

Âge	Progression développementale	Tâches pédagogiques
5	<p>Compteur et producteur (10+) Compte et compte à voix haute les objets jusqu'à 10 sans erreur, puis va plus loin (jusqu'à 30 environ). A acquis une compréhension explicite de la cardinalité (comment les chiffres indiquent le nombre).</p> <p>Garde le suivi des objets qui ont été comptés et de ceux qui ne l'ont pas été, même s'ils sont disposés différemment.</p>	<p><i>Comptage de tours (au-delà de 10)</i> Pour permettre aux enfants de compter jusqu'à 120 et au-delà, demandez-leur de construire de tours avec des objets tels que des pièces de monnaie. Les enfants doivent construire une tour en allant le plus haut possible, en ajoutant des pièces de monnaie, sans redresser celles qui sont déjà dans la tour. L'objectif consiste à estimer puis à compter pour trouver le nombre de pièces de monnaie dans la tour la plus haute.</p> <p><i>Boutique Dino 2</i> Les enfants ajoutent le nombre demandé de dinosaures dans une boîte.</p>

En résumé, les trajectoires d'apprentissage décrivent les objectifs de l'apprentissage, les processus de pensée et d'apprentissage des enfants de différents niveaux, et les activités d'apprentissage auxquelles ceux-ci pourraient prendre part. Les gens ont souvent plusieurs questions à poser concernant les trajectoires d'apprentissage.

Orientations futures

Bien que les trajectoires d'apprentissage se soient avérées efficaces pour les programmes de premières mathématiques et pour le perfectionnement professionnel, ^{9,10} trop peu d'études ont comparé les différentes façons de les mettre en œuvre. En conséquence, leur rôle exact reste à être étudié. De plus, lors de la petite enfance, plusieurs trajectoires d'apprentissage, telles que celles relatives au comptage et à l'arithmétique, sont fondées sur un grand nombre d'études.

Cependant, d'autres, telles que la création de motifs et les mesures, sont fondées sur un nombre d'études beaucoup moins important. De plus, il existe peu de lignes directrices relativement à de nombreux sujets mathématiques plus sophistiqués pour l'enseignement aux élèves plus âgés. Il s'agit là de défi à relever dans ce domaine.

Conclusions

Les trajectoires d'apprentissage sont prometteuses pour l'amélioration du perfectionnement professionnel et de l'enseignement dans le domaine des mathématiques précoces. Par exemple, les rares enseignants à avoir animé des discussions dans des classes de réforme des mathématiques ne considéraient pas qu'ils traversaient un programme d'études mais estimaient plutôt qu'ils aidaient les élèves à progresser d'un niveau de compréhension à l'autre.¹¹ De plus, les chercheurs suggèrent que le perfectionnement professionnel axé sur les trajectoires d'apprentissage permet non seulement d'augmenter les connaissances professionnelles des enseignants mais également la motivation et les résultats de leurs élèves.^{12,13,14} En conséquence, les trajectoires d'apprentissage peuvent faciliter l'enseignement et l'apprentissage appropriés sur le plan du développement pour tous les enfants.

Note des auteurs :

Ce rapport est fondé sur des travaux appuyés en partie par la National Science Foundation, subvention n° ESI-9730804, octroyée à D. H. Clements et J. Sarama "Building Blocks—Foundations for Mathematical Thinking, Pre-Kindergarten to Grade 2: Research-based Materials Development" et en petite partie par l'Institute of Educational Sciences (U.S. Department of Education, sous l'égide de l'Interagency Educational Research Initiative, ou IERI, une collaboration de l'IES, de la NSF et de la NICHD), subvention n° R305K05157 octroyée à D. H. Clements, J. Sarama, et J. Lee, "Scaling Up TRIAD: Teaching Early Mathematics for Understanding with Trajectories and Technologies." Les opinions, les résultats, les conclusions et les recommandations exprimés dans le présent document sont exclusivement ceux des auteurs et ne reflètent pas nécessairement la position des organismes de financement. Le programme évalué dans la présente étude a depuis été publié par les auteurs, qui ont donc un intérêt direct envers les résultats. Un vérificateur externe a supervisé la conception de l'étude, ainsi que la collecte et l'analyse des données, et cinq chercheurs ont confirmé de façon indépendante les résultats et les procédures. Les auteurs, indiqués par ordre alphabétique, ont chacun contribué à l'étude à parts égales.

Références

1. Clements DH, Sarama J, eds. Hypothetical learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning* 2004;6(2).
2. Clements DH, Conference Working Group. Part one: Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 1-72.
3. NCTM. *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; 2006.
4. United States. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development; 2008.
5. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester FK Jr, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007a: 461-555.
6. Sarama J, Clements DH. *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge; 2009.
7. Clements DH, Sarama J. *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge; 2009.
8. Clements DH, Sarama J. SRA real math building blocks. Teacher's resource guide pre K. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill; 2007b.
9. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008;45:443-494.
10. Sarama J, Clements DH, Starkey P, Klein A, Wakeley A. *Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies*. *Journal of Research on Educational Effectiveness* 2008;1:89-119.
11. Fuson KC, Carroll WM, Drueck JV. Achievement results for second and third graders using the Standards-based curriculum Everyday Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 2000;31:277-295.
12. Clarke BA. A shape is not defined by its shape: Developing young children's geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education* 2004;11(2):110-127.
13. Fennema EH, Carpenter TP, Frank ML, Levi L, Jacobs VR, Empson SB. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* 1996;27:403-434.
14. Wright RJ, Martland J, Stafford AK, Stanger G. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies*. London: Paul Chapman Publications/Sage; 2002.

Notes :

^a Voir aussi le site Web Building Blocks. Disponible à l'adresse suivante : <http://www.ubbuildingblocks.org>. Consulté le 27 juillet 2010.

^b Voir aussi le site Web TRIAD. Disponible à l'adresse suivante : <http://www.ubtriad.org>. Consulté le 27 juillet 2010.