

NUMÉRATIE

Prédicteurs de réussite et de difficultés d'apprentissage en mathématiques chez le jeune enfant

¹Nancy C. Jordan, Ph.D., ²Brianna L. Devlin, Ph.D.

¹University of Delaware, États-Unis, ²University of Oregon, États-Unis

Décembre 2023, Éd. rév.

Introduction

Les difficultés en mathématiques sont courantes. Jusqu'à 10 % des élèves reçoivent pendant leurs années d'école un diagnostic de trouble d'apprentissage en mathématiques.^{1,2} Encore plus d'élèves éprouvent de grandes difficultés avec les mathématiques sans toutefois obtenir un tel diagnostic officiel. Les difficultés en mathématiques sont persistantes, et ceux qui en éprouvent ne pourront peut-être jamais rattraper leurs pairs qui réussissent normalement sans intervention.

Sujet

Les fondements de la réussite en mathématiques s'établissent avant même l'entrée au primaire.^{3,4} La détermination des principaux facteurs permettant de prédire si un enfant aura ou non des difficultés dans cette matière facilite le dépistage, l'intervention et le suivi de ses progrès avant qu'un retard scolaire trop prononcé ne s'installe.

Problème

Les difficultés en mathématiques ont de lourdes conséquences pour le fonctionnement au quotidien, le rendement scolaire et l'avancement professionnel.⁵ Il faut réussir en mathématiques pour étudier ou travailler dans le domaine des sciences, de la technologie, de l'ingénierie et des mathématiques.⁶ En ce qui concerne la réussite en mathématiques, il existe des écarts de groupe importants liés au statut socioéconomique,⁷ ainsi que des écarts individuels sur le plan de l'aptitude générale à apprendre.⁸ Ces disparités existent dès la petite enfance et s'accroissent au cours de la scolarité.

Contexte de la recherche

Des études longitudinales sur les caractéristiques des enfants éprouvant des difficultés en mathématiques ont permis de cibler d'importants objectifs d'intervention. La plupart des enfants entrent à l'école avec un *sens des nombres* approprié pour l'apprentissage scolaire des mathématiques. Les composants préverbaux des nombres (par exemple, percevoir les représentations exactes de petits ensembles d'objets et les représentations approximatives d'ensembles plus importants) se développent en très bas âge.^{9,10,11,12} Ces prémisses primaires soutiennent, croit-on, l'acquisition des compétences conventionnelles en mathématiques, mais elles ne sont pas suffisantes. La plupart des enfants ayant des difficultés en mathématiques présentent des faiblesses sur le sens des nombres lié à la connaissance des nombres, les relations entre les nombres et les opérations sur les nombres,^{4,13} des éléments du sens des nombres qui sont malléables et dont la compréhension est influencée par l'expérience.¹⁴ Le sens des nombres désigne la connaissance des concepts de numération et de comptage oraux et écrits, tels que la correspondance biunivoque et la cardinalité. Les relations entre les nombres impliquent la compréhension des grandeurs numériques sur la ligne de nombres. Les opérations sur les nombres portent sur la transformation des quantités par addition et soustraction.^{4,15}

Questions clés pour la recherche

Les compétences précoces qui sont alignées sur les mathématiques qu'il faudra maîtriser à l'école sont les meilleurs prédicteurs de la réussite ou de la difficulté future dans cette matière.¹⁶ Les outils d'évaluation et les interventions doivent être ajustés pour aider les enfants à développer les concepts clés du sens des nombres. Pour créer des interventions destinées aux enfants qui risquent de développer des difficultés d'apprentissage des mathématiques à l'école, il est

nécessaire d'identifier des voies et des facteurs liés au développement du sens des nombres.

Résultats d'études récentes

Le sens des nombres dès le plus jeune âge détermine les trajectoires de réussite des enfants en mathématiques.^{16,17,18,19,20} Un sens des nombres peu développé est à l'origine des difficultés et des faiblesses en mathématiques.^{21,22,23} Les enfants souffrant de dyscalculie développementale, une forme grave de déficience en mathématiques, se caractérisent par une difficulté à compter et à énumérer des séries d'objets ainsi qu'à reconnaître et à comparer des nombres.²¹ Ces difficultés se traduisent par une mauvaise maîtrise de l'arithmétique, une compétence essentielle au niveau primaire.

Le sens des nombres comme facteur prédictif des résultats et difficultés en mathématiques

Des études fournissent des preuves empiriques de l'existence d'un modèle multifactoriel de perception précoce des nombres comprenant des éléments précis de compréhension des nombres, des relations entre les nombres et des opérations sur les nombres.^{24,25} Les outils d'analyse précoce basés sur ce modèle permettent d'identifier avec précision les enfants susceptibles de présenter des difficultés ou des troubles d'apprentissage en mathématiques.^{26,27,28} Les relations prédictives peuvent varier en fonction du niveau du sens des nombres à l'âge préscolaire. Les compétences concernant le sens des nombres permettent de prédire les résultats des enfants de niveau faible et moyen uniquement. Les compétences concernant les relations entre les nombres permettent de prédire les résultats des enfants de tous les niveaux. Les compétences concernant les opérations sur les nombres permettent de prédire les résultats des enfants de niveau moyen et élevé, mais pas de niveau faible.²⁹

Les enfants de familles à faible revenu entrent à la maternelle avec un retard important par rapport à ceux qui viennent de familles à revenu moyen sur la plupart des indicateurs symboliques de numératie, et cet écart ne s'amenuise pas au cours de l'année scolaire.¹³ Des études longitudinales réalisées à divers moments précis entre le début de la maternelle et la fin de la troisième année permettent de croire que le sens des nombres en bas âge constitue un fondement qui soutient l'apprentissage de notions de mathématiques complexes associées au calcul ainsi qu'à la résolution de problèmes et la fluidité.^{16,20,30,31} L'acquisition du sens des nombres à l'école maternelle atténue la faiblesse en mathématiques chez les élèves à risque issus de familles à faible revenu. Comme la plupart des enfants peuvent arriver à acquérir des

compétences numériques assez tôt,⁴ les effets intermédiaires d'une telle acquisition fournissent des pistes claires pour orienter l'intervention précoce.

Type de représentation des quantités et taille des ensembles

La taille d'une quantité ou d'un ensemble, ainsi que la manière dont ils sont présentés à l'enfant (par exemple, de manière non symbolique ou symbolique) influencent le raisonnement des enfants sur les nombres. La capacité des enfants à associer les chiffres écrits aux quantités qu'ils représentent est essentielle à l'acquisition de compétences plus complexes concernant les sens des nombres.³² Les représentations non symboliques des quantités (par exemple, définir lequel des deux ensembles de points est le plus grand, sans compter) favorisent le développement de la compréhension symbolique (lequel des deux chiffres est le plus grand), mais uniquement pour les petits ensembles (c'est-à-dire 4 ou moins).³³ Les résultats suggèrent que les enfants peuvent être en mesure d'effectuer des activités symboliques et non symboliques relatives au sens des nombres et portant sur des petits ensembles, dans tous les domaines (nombres, relations entre les nombres et opérations sur les nombres). Une intervention en particulier a porté ses fruits auprès d'enfants de maternelle à risque de développer des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Celle-ci portait sur plusieurs compétences liées au sens des nombres avec des ensembles de petite taille, puis à des séquences similaires avec des ensembles de plus grande taille.³⁴

Voies de développement

Des recherches ont révélé des différences individuelles concernant le développement du sens des nombres chez les enfants en bas âge. Il existe des voies de développement empiriquement distinctes concernant les nombres, les relations entre les nombres et les opérations sur les nombres chez les enfants d'âge préscolaire tout au long de l'année scolaire,^{35,36} qui permettent de prédire les résultats en mathématiques en première et troisième année.³⁵ Des niveaux faibles de vocabulaire passif^{35,36} et de mémoire de travail visuo-spatiale³⁴ permettent de prédire un développement systématiquement faible. Ceci souligne l'importance des compétences d'apprentissage générales pour le développement de la numératie chez les jeunes enfants.³⁷ Des facteurs contextuels, tels que l'environnement d'apprentissage à la maison, sont également liés aux différences individuelles dans le développement de la numératie chez les jeunes enfants.³⁸

Lacunes de la recherche

Des recherches supplémentaires sont nécessaires pour examiner la manière dont le sens des nombres, les relations entre les nombres et les opérations sur les nombres fonctionnent ensemble au stade de la petite enfance. Il serait également utile de se pencher sur la manière dont la taille des ensembles et le niveau de représentation limitent le développement du sens des nombres, y compris chez les enfants susceptibles de présenter des difficultés d'apprentissage des mathématiques. Les interventions qui ciblent et combinent les différents aspects du sens des nombres pour les enfants ayant ou risquant de rencontrer des difficultés d'apprentissage en mathématiques devraient être développées et évaluées au moyen d'études sur échantillon aléatoire.

Conclusions

Les difficultés en mathématiques se répercutent sur toutes les activités courantes et peuvent entraîner des conséquences tout au long de la vie. Les compétences de base en sens des nombres s'acquièrent pendant la petite enfance et permettent très bien de prédire la réussite et les difficultés futures en mathématiques. Le développement du sens des nombres dépend du niveau de représentation et de la taille des ensembles. Les recherches suggèrent que le sens des nombres devrait être développé en priorité au niveau préscolaire et à l'école maternelle afin de fournir une base pour l'apprentissage de l'arithmétique formelle et le développement de la fluidité. Dans l'ensemble, le sens des nombres dès le plus jeune âge est crucial pour l'établissement d'une trajectoire de réussite en mathématiques tout au long du primaire.

Implications pour les parents, les services et les politiques

Dans l'éducation contemporaine, les difficultés d'apprentissage des mathématiques peuvent passer inaperçues jusqu'à la quatrième année d'études. Les interventions précoces sont moins courantes pour les mathématiques que pour la lecture, bien que les programmes d'analyse et d'intervention précoce à plusieurs niveaux se développent au fur et à mesure qu'avance la recherche. Les établissements préscolaires et les maternelles devraient intégrer des expériences mathématiques qui mettent l'accent sur l'enseignement des nombres, des relations entre les nombres et des opérations sur les nombres. La taille des ensembles et le type de représentation doivent graduellement évoluer au fil des programmes.^{4,34} Il est essentiel que les préparateurs de programmes d'éducation de la petite enfance se concentrent sur les aspects fondamentaux du sens des nombres. Ainsi, des interventions précoces permettront à tous les enfants d'acquérir les bases nécessaires pour réussir en mathématiques.

Références

1. Barbaresi MJ, Katusic SK, Colligan RC, Weaver AL, Jacobsen SJ. Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976-1982, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics* 2005;5(5):281-289.
2. Reigosa-Crespo V, Valdés-Sosa M, Butterworth B, Estévez N, Rodríguez M, Santos E, Torres P, Suárez R, & Lage A. Basic numerical capacities and prevalence of developmental dyscalculia: the Havana Survey. *Developmental Psychology* 2012;48(1):123-135.
3. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester JFK, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007:461-555.
4. Cross CT, Woods TA, Schweingruber H, National Research Council, Committee on Early Childhood Mathematics, eds. *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: National Academies Press; 2009.
5. Sadler PM, Tai RH. The two high-school pillars supporting college science. *Science* 2007;317(5837):457-458.
6. National Mathematics Advisory Panel (NMAP). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, DC: U.S. Department of Education; 2008.
7. Broer M, Bai Y, Fonseca F. A review of the literature on socioeconomic status and educational achievement. In: *Socioeconomic inequality and educational outcomes: Evidence from twenty years of TIMSS. IEA Research for Education, Vol. 5*. Cham: Springer; 2019:7-17.
8. Geary DC, Hoard MK, Byrd-Craven J, Nugent L, Numtee C. Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development* 2007;78(4):1343-1359.

9. Berch DB. Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 2005;38(4):333-339.
10. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York, NY: Oxford University Press; 1997.
11. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *TRENDS in Cognitive Sciences* 2004;8(7):307-314.
12. Buijsman S. The representations of the approximate number system. *Philosophical Psychology* 2021;34(2):300-317.
13. Jordan NC, Levine SC. Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews* 2009;15:60-68.
14. Case R, Griffin S. Child cognitive development: The role of central conceptual structures in the development of scientific and social thought. In: Hauert EA, ed. *Developmental psychology: Cognitive, perceptuo-motor, and neurological perspectives*. North-Holland: Elsevier; 1990:193-230.
15. Jordan NC, Devlin BL, Botello M. Core foundations of early mathematics: refining the number sense framework. *Current Opinion in Behavioral Sciences* 2022;46:101181.
16. Jordan NC, Glutting J, Ramineni C. The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences* 2010;20(2):82-88.
17. Duncan GJ, Dowsett CJ, Classens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology* 2007;43(6):1428-1446.
18. Watts TW, Duncan GJ, Siegler RS, Davis-Kean PE. What's past is prologue: Relations between early mathematics knowledge and high school achievement. *Educational Researcher* 2014; 43(7):352-360.

19. Rittle-Johnson B, Fyfe ER, Hofer KG & Farran DC. Early math trajectories: Low-income children's mathematics knowledge from ages 4 to 11. *Child Development* 2017; 88(5):1727-1742.
20. Jordan NC, Kaplan D, Ramineni C, Locuniak MN. Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology* 2009;3(45):850-867.
21. Landerl K, Bevan A, Butterworth B. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8- 9-year-old students. *Cognition* 2004;93(2):99-125.
22. Peters, L, de Beeck HO, De Smedt B. Cognitive correlates of dyslexia, dyscalculia and comorbid dyslexia/dyscalculia: Effects of numerical magnitude processing and phonological processing. *Research in Developmental Disabilities* 2020;107:103806.
23. Mazzocco MM, Thompson RE. Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice* 2005;20(3):142-155.
24. Purpura DJ, Lonigan CJ. Informal numeracy skills: The structure and relations among numbering, relations, and arithmetic operations in preschool. *American Educational Research Journal* 2013; 50(1):178-209.
25. Milburn TF, Lonigan CJ, DeFlorio L, Klein A. Dimensionality of preschoolers' informal mathematical abilities. *Early Childhood Research Quarterly* 2019;47:487-495.
26. Clarke B, Shinn MR. A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review* 2004;33(2):234-248.
27. Purpura DJ, Lonigan CJ. Early numeracy assessment: The development of the preschool early numeracy scales. *Early Education and Development* 2015;26(2):286-313.
28. Jordan NC, Klein A, Huang CH. Screener for Early Number Sense. Hammill Institute on Disabilities. (forthcoming).

29. Devlin BL, Jordan NC, Klein A. Predicting mathematics achievement from subdomains of early number competence: Differences by grade and achievement level. *Journal of Experimental Child Psychology* 2022;217:105354.
30. Jordan NC, Kaplan D, Locuniak MN, Ramineni C. Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice* 2007;22(1):36-46.
31. Locuniak MN, Jordan NC. Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities* 2008;41(5):451-459.
32. Jiminez-Lira CJ, Carver M, Douglas H, LeFevre JA. The integration of symbolic and non-symbolic representations of exact quantity in preschool children. *Cognition* 2017;166:382-397.
33. Hutchison JE, Ansari D, Zheng S, De Jesus S, Lyons IM. The relation between subitizable symbolic and non-symbolic number processing over the kindergarten school year. *Developmental Science* 2020; 23(2):e12884.
34. Dyson N, Jordan NC, Beliakoff A, Hassinger-Das B. A kindergarten number-sense intervention with contrasting practice conditions for low-achieving children. *Journal for Research in Mathematics Education* 2015;46(3):331-370.
35. Bakker M, Torbeyns J, Verschaffel L, De Smedt B. Longitudinal pathways of numerical abilities in preschool: Cognitive and environmental correlates and relation to primary school mathematics achievement. *Developmental Psychology* 2023;59(3):442.
36. Cahoon A, Gilmore C, Simms V. Developmental pathways of early numerical skills during the preschool to school transition. *Learning and Instruction* 2021;75:101484.
37. LeFevre J, Fast L, Skwarchuk SL, Smith-Chant BL, Bisanz J, Kamawar D, Penner-Wilger M. Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development* 2010 Nov-Dec;81(6):1753-1767.

38. Silver AM, Libertus ME. Environmental influences on mathematics performance in early childhood. *Nature Review Psychology* 2022;1(7):407-418.